

Matematika EP1 vizsga, 2014. jún. 17.

I. rész: Számítási feladatok

1. Határozzuk meg az

$$a_n = \frac{\sin(\frac{\pi}{2} + n\pi) + n^2}{n^3}$$

sorozat határértékét.

2.

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sin(8 - 4x)}{4 - x^2} = ?$$

3. Adott egy egységsugarú gömb. A gömbbe írható hengerek közül tekintsük azt, amelyeknek legnagyobb felszínű a palástja. Mekkora ezen henger alapkörének a sugara?

4. Mekkora annak a korlátos síkidomnak a területe, amelyet az $y = 1/(1 + x^2)$ és az $y = 1/5$ görbék határolnak?

5. Számítsuk ki az alábbi mátrix inverzét, ha létezik.

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 2 & 5 & 1 \\ 2 & 4 & 3 \end{pmatrix}$$

6. Mekkora szöget zár be egymással az $x + 3y = 8$ egyenletű sík és az alábbi egyenes?

$$\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 2 - 4t \\ z = 4 \end{cases}$$

II. rész: Elméleti feladatok

7. Igaz-e, hogy egy monoton sorozat mindig konvergens? Ha igen, indokoljunk, ha nem, adjunk ellenpéldát.

8. Mit állít a Cauchy-féle közéértéktétel?

9. Legyen f az (a, b) intervallumon differenciálható függvény. Ha tudjuk, hogy f szigorúan monoton csökken az (a, b) -n, akkor mit mondhatunk a deriváltjáról? Mit kell feltenni az $f'(x)$ deriváltfüggvényre ahhoz, hogy abból az $f(x)$ függvény szigorúan monoton csökkenése következzen?

10. Legyen A egy $n \times m$ -es, B pedig egy $k \times l$ -es mátrix. Mikor értelmezett az AB mátrix-szorzat? Hogyan számíthatók ki az elemei?

11. Alteret alkotnak-e azok az \mathbb{R}^3 -beli vektorok, amelyeknek a második koordinátája 2? A választ indokoljuk.

12. Ha tudjuk, hogy egy sík normálvektora és egy egyenes irányvektora merőleges, akkor mit mondhatunk a közös pontjaik számáról?

Minden feladat 5 pontos. Az eredményes vizsgáláshoz mindkét részből külön-külön is legalább 9 pontot el kell érni.