

Matematika EP1, mintavizsga, 2014. tavasz

I. rész: Számítási feladatok

1. Számítsuk ki az alábbi határértéket.

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 4x + 3}{\sin(2x - 6)}$$

2. Írjuk fel az $f(x) = \sin(\arctan x)$ függvény $x_0 = 1$ helyen vett érintőjének egyenletét.
3. Mennyi az $f(x) = 5x/\sqrt[3]{2x^2 + 3}$ függvény 0 és 1 közé eső darabja alatti terület?
4. Adjuk meg az alábbi lineáris egyenletrendszer összes megoldását.

$$\begin{aligned}3x + 2y + z &= 5 \\2x + 3y + z &= 1 \\2x + y + 3z &= 11\end{aligned}$$

5. Bontsuk fel a $(3, 3, 3)$ vektort az $(1, 2, 1)$ vektorral párhuzamos és rá merőleges komponensekre.
6. Mennyi az $(1, 3, 2)$, $(2, 3, 1)$ és $(1, 1, 1)$ vektorok által feszített paralelepipedon térfogata?

II. rész: Elméleti feladatok

7. Igaz-e, hogy ha egy a_n sorozat korlátos, akkor konvergens? Ha igaz, indokoljuk, ha nem igaz, mutassunk ellenpéldát.
8. Adjunk meg olyan $f(x)$ és $g(x)$ függvényeket a $[0, 1]$ intervallumon, amelyek nem folytonosak, de $f(x) + g(x)$ folytonos $[0, 1]$ -en.
9. Igaz-e, hogy ha az $f(x)$ függvény monoton nő, akkor $f'(x) > 0$? Ha igaz, indokoljuk, ha nem igaz, mutassunk ellenpéldát.
10. Igaz-e, hogy ha $f(x)$ deriválható és $f'(x)$ folytonos, akkor

$$\int_0^x f'(x) dx = f(x) - f(0)?$$

Ha igaz, indokoljuk, ha nem igaz, mutassunk ellenpéldát.

11. Hány megoldása lehet egy lineáris egyenletrendszernek? Soroljuk fel az összes lehetőséget. Az állítást indokoljuk.
12. A legfeljebb harmadfokú polinomok vektorterében alteret alkotnak-e azok a $p(x)$ legfeljebb harmadfokú polinomok, amelyeknek gyöke az 1, azaz amelyekre $p(1) = 0$? A választ indokoljuk.

Minden feladat 5 pontos. Az eredményes vizsgához mindkét részből külön-külön is legalább 9 pontot el kell érni.