Matematika EP1, 1. zárthelyi pótlása, 2015. dec. 14.

1. (4 pont) Oldjuk meg Gauss-eliminációval az alábbi egyenletrendszert.

$$\begin{aligned} -2x - 18y - 4z &= -4 \\ x + 8y - 3z &= -12 \\ 3x + 27y + 7z &= 9 \end{aligned}$$

2. (5 pont) Tekintsük az

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -5 & 2 \\ -1 & 0 & -1 \\ 1 & 4 & 2 \end{pmatrix} \qquad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$$

mátrixot és vektort. Határozzuk meg az A mátrix determinánsát. Számoljuk ki az A^{-1} inverzmátrixot és az $A^{-1}\mathbf{b}$ mátrixszorzatot. Mit mondhatunk ekkor az $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ lineáris egyenletrendszer megoldásáról, ahol $\mathbf{x}$ az ismeretlenek háromdimenziós vektora?

3. (2+2+2 pont) Adott az

$$\begin{cases} x = 3t + 11 \\ y = -2t - 3 \\ z = 4t + 9 \end{cases}$$

egyenletrendszerű e egyenes és az $5x - y + 2z = 28$ egyenletű S sík.

   (a) Határozzuk meg az e egyenes és az S sík metszéspontját.

   (b) Számítsuk ki az e egyenes irányvektorának és az S sík normálvektorának vektoriális szorzatát.

   (c) Írjuk fel annak a síknak az egyenletét, amely teljes egészében tartalmazza az e egyenest és merőleges az S síkra. Segítség: a keresett sík normálvektora merőleges az e egyenes irányvektorára és az S sík normálvektorára.

4. (5 pont) Írjuk fel annak az $\mathbb{R}^3$ térbeli lineáris transzformációnak az A mátrixát, amely tetszőleges vektorhoz annak az $x = z$ síkra vett tükörképét rendeli. Ezen A mátrixszal való szorzás segítségével számoljuk ki, mit rendel a transzformáció az $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ vektorhoz, ill. hogy mit rendel az eredményül kapott vektorhoz. (Ha jól számoltunk, a transzformáció kétszeri alkalmazásával visszakaptuk az eredeti vektort.)

Matematika EP1, 1. zárthelyi pótlása, 2015. dec. 14.

1. (4 pont) Oldjuk meg Gauss-eliminációval az alábbi egyenletrendszert.

$$\begin{aligned} -2x - 18y - 4z &= -4 \\ x + 8y - 3z &= -12 \\ 3x + 27y + 7z &= 9 \end{aligned}$$

2. (5 pont) Tekintsük az

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -5 & 2 \\ -1 & 0 & -1 \\ 1 & 4 & 2 \end{pmatrix} \qquad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$$

mátrixot és vektort. Határozzuk meg az A mátrix determinánsát. Számoljuk ki az A^{-1} inverzmátrixot és az $A^{-1}\mathbf{b}$ mátrixszorzatot. Mit mondhatunk ekkor az $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ lineáris egyenletrendszer megoldásáról, ahol $\mathbf{x}$ az ismeretlenek háromdimenziós vektora?

3. (2+2+2 pont) Adott az

$$\begin{cases} x = 3t + 11 \\ y = -2t - 3 \\ z = 4t + 9 \end{cases}$$

egyenletrendszerű e egyenes és az $5x - y + 2z = 28$ egyenletű S sík.

   (a) Határozzuk meg az e egyenes és az S sík metszéspontját.

   (b) Számítsuk ki az e egyenes irányvektorának és az S sík normálvektorának vektoriális szorzatát.

   (c) Írjuk fel annak a síknak az egyenletét, amely teljes egészében tartalmazza az e egyenest és merőleges az S síkra. Segítség: a keresett sík normálvektora merőleges az e egyenes irányvektorára és az S sík normálvektorára.

4. (5 pont) Írjuk fel annak az $\mathbb{R}^3$ térbeli lineáris transzformációnak az A mátrixát, amely tetszőleges vektorhoz annak az $x = z$ síkra vett tükörképét rendeli. Ezen A mátrixszal való szorzás segítségével számoljuk ki, mit rendel a transzformáció az $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ vektorhoz, ill. hogy mit rendel az eredményül kapott vektorhoz. (Ha jól számoltunk, a transzformáció kétszeri alkalmazásával visszakaptuk az eredeti vektort.)