Matematika EP1, 2. zárthelyi pótlása, 2015. dec. 14. A csoport

1. (4 pont) Számítsuk ki az
$$a_n = \left(\frac{n+2}{n-2}\right)^{2n+2}$$
sorozat határértékét.

2. (4 pont) A p valós paraméter mely értékére lesz az
$$f(x) = \begin{cases} \frac{1-\cos 2x}{x^2} & \text{ha } x > 0 \\ p & \text{ha } x \leq 0 \end{cases}$$
függvény folytonos?

3. (4 pont) Az $f(x) = 2x^3 + 15x^2 + 31x - 13$ függvény mely pontjában lesz az érintője merőleges az $y = x/5 - 17$ egyenesre? (Az érintő egyenletét nem kell felírni.)

4. (4 pont) Tekintsük az $f(x) = \sqrt{3}\sin x + \frac{1}{2}\cos 2x$ függvényt. Határozzuk meg az összes olyan pontot a $[0, 2\pi]$ intervallumon, ahol f-nek lokális szélsőértéke van. Azt is döntsük el, hogy az adott pontban a függvénynek minimuma vagy maximuma van-e.

5. (4 pont) Keressük meg azt a harmadfokú polinomot, amely az $x_0 = 0$ pontban harmadrendben érinti az $f(x) = \frac{1}{1-x}$ függvényt, azaz f harmadfokú Taylor-polinomját a 0-ban. (Nem jár érte pont, de ellenőrzésnek jó: az eredményt hasonlítsuk össze a mértani sorozat összegképletével.)

Matematika EP1, 2. zárthelyi pótlása, 2015. dec. 14. B csoport

1. (4 pont) Számítsuk ki az
$$a_n = \sqrt{n^2+3n+3} - \sqrt{n^2-3n-3}$$
sorozat határértékét.

2. (4 pont) A p valós paraméter mely értékére lesz az
$$f(x) = \begin{cases} \frac{\ln(1+3x^2)}{x^2} & \text{ha } x > 0 \\ p & \text{ha } x \leq 0 \end{cases}$$
függvény folytonos?

3. (4 pont) Az $f(x) = -2x^3 + 15x^2 - 43x + 7$ függvény mely pontjában lesz az érintője merőleges az $y = x/7 + 3$ egyenesre? (Az érintő egyenletét nem kell felírni.)

4. (4 pont) Tekintsük az $f(x) = \sin 2x + 2\cos x$ függvényt. Határozzuk meg az összes olyan pontot a $[0, 2\pi]$ intervallumon, ahol f-nek lokális szélsőértéke van. Azt is döntsük el, hogy az adott pontban a függvénynek minimuma vagy maximuma van-e. (A szélsőértékhelyek megkeresésénél hasznos lehet a $\cos 2x = 1 - 2\sin^2 x$ azonosság.)

5. (4 pont) Keressük meg azt a harmadfokú polinomot, amely az $x_0 = 0$ pontban harmadrendben érinti az $f(x) = \ln(1+x)$ függvényt, azaz f harmadfokú Taylor-polinomját a 0-ban.