

Név:
Neptun-kód:

ZH	1	2	3	4	5	6	7	8	9	V	Σ	jegy

Matematika EP1 vizsga, 2015. dec. 21.

1. Definiáljuk, mit értünk egy sorozat határértékén. Mennyi az

$$a_n = \frac{1}{\sqrt{n} + 3}$$

sorozat határértéke? A definíció alapján adjunk meg egy $\varepsilon = 0,1$ értékhez tartozó küszöbindexet.

2. Vizsgáljuk meg az $f(x) = (x - 1)e^{2x}$ függvényt. Határozzuk meg az értelmezési tartományát, milyen intervallumon növekvő, csökkenő, konvex ill. konkáv. Adjuk meg a lokális szélsőértékeinek és inflexiós pontjainak helyét. (Mindez táblázatos formában is megadható.) Számoljuk ki a függvény határértékét $+\infty$ -ben és $-\infty$ -ben, majd vázoljuk a függvény grafikonját.
3. Mondjuk ki a Cauchy-féle középértéktételt. Találjuk meg a tétel állításában szereplő pontot az $[a, b] = [0, 1]$ intervallumon, ha $f(x) = x^3$ és $g(x) = x^2$.
4. Mi a geometriai jelentése három \mathbb{R}^3 -beli vektor vegyesszorzatának? Adott $\underline{a} = (3, -4, 1)$, $\underline{b} = (2, 8, 5)$ és $\underline{c} = (4, -1, 3)$ vektorok esetén számoljuk ki a szorzat értékét.
5. Hogyan értelmezzük az improprius integrált nem korlátos integrandus és végtelen intervallum esetén. Ezt az alábbi két példán mutassuk be:

$$\int_0^1 \frac{1}{x^3} dx, \quad \int_1^\infty \frac{1}{x^3} dx.$$

6. Tekintsük a $3x + 4y - z = 5$ egyenletű síkot és az

$$\begin{cases} x = 2t - 3 \\ y = 5 - t \\ z = *t + * \end{cases}$$

egyenletrendszerrel adott egyenest, ahol $*$ és $*$ tetszőlegesen választható valós számok (paraméterek). Hány metszéspontja lehet a síknak és az egyenesnek? A $*$ és $*$ paraméterek megfelelő megválasztásával adjunk mindegyik lehetőségre egy-egy példát.

7. Végezzük el az

$$\int \frac{3x^2 + 5x - 20}{x^2 + x - 12} dx$$

határozatlan integrált.

8. Számítsuk ki az

$$\int_0^1 (3\sqrt{x} + xe^{2x^2+1}) dx$$

határozott integrált.

9. Mekkora az $f(x) = x^3$ függvény $0 \leq x \leq \sqrt[4]{7}$ darabjának x tengely körüli megforgatásával keletkező felület felszíne?

Minden feladat 7 pontos. A sikeres vizsgához az utolsó három feladatból legalább 6 pontot el kell érni.