

Név: .....  
Neptun-kód: .....

ZH	1	2	3	4	5	6	7	8	9	V	Σ	jegy
----	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	------

## Matematika EP1 vizsga, 2016. jan. 20.

**Integrálási feladatok** (kritérium: a sikeres vizsgához az alábbi három feladatból legalább 6 pontot el kell érni)

1. Az

$$\int \frac{3x-5}{\sqrt{x+2}} dx$$

integrálban végezzük el az  $u = \sqrt{x+2}$  helyettesítést, majd határozzuk meg az integrált, és az eredményt fejezzük ki az  $x$  változóval.

2. Számítsuk ki az

$$\int_0^1 \left( \sqrt[7]{x^{33}} + (6x+5)e^{3x^2+5x-1} \right) dx$$

határozott integrált.

3. Integrálással számoljuk ki annak a háromszögnek a tömegközéppontját, amelyet a koordinátatengelyek és az  $x+y=1$  egyenes határolnak.

### Számítási feladatok

4. Adottak az  $\mathbb{R}^3$  vektortérben a  $(3, -2, 4)$ ,  $(5, -1, 2)$  és  $(1, 2, p)$  vektorok, ahol  $p \in \mathbb{R}$  paraméter. A  $p$  mely értékei esetén alkot bázist a három adott vektor, és mely értékek esetén nem alkot bázist?

5. Adott a térben az  $5x - 4y + 3z = 1$  sík és az

$$\begin{cases} x = -3t - 1 \\ y = 2t + 2 \\ z = -3 \end{cases}$$

egyenes. Keressük meg a metszéspontjukat. Írjuk fel annak az egyenesnek a paraméteres egyenletrendszerét, amely átmege a metszésponton, és amely merőleges az adott síkra.

6. Mennyi az

$$a_n = \frac{6^{n+1} - 2n^2}{3 + 5n^3 - n!}$$

sorozat határértéke?

### Elméleti feladatok

7. Mondjuk ki a rendőrelvet függvények adott  $x_0$  pontbeli határértékére. Az  $x \in [0, \pi/2)$  esetén fennálló

$$\sin x \leq x \leq \frac{\sin x}{\cos x}$$

egyenlőtlenség ismeretében alkalmazzuk a rendőrelvet, és igazoljuk, hogy

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x}{\sin x} = 1.$$

8. Ha az  $f(x)$  függvény differenciálható az  $(a, b)$  intervallumon, és  $(a, b)$ -n szigorúan monoton csökkenő, akkor ebből milyen feltétel következik a deriváltjára? Ha az  $f(x)$  az  $(a, b)$ -n differenciálható függvény, akkor adjunk olyan feltételt a deriváltjára, amelyből az következik, hogy  $f(x)$  szigorúan monoton csökkenő  $(a, b)$ -n. Az  $f(x) = -x^3$  függvény példája mit mutat ezeknek a deriváltra vonatkozó feltételeknek a viszonyáról?

9. Az  $[a, b]$  intervallumon folytonos (és korlátos)  $f(x)$  függvény és  $P = \{a = t_0 < t_1 < \dots < t_n = b\}$  felosztás esetén mit értünk a függvény alsó és felső integrálközelítő összegén? Az  $f(x) = x^2$  függvény és az  $[a, b] = [0, 3]$  intervallum  $P = \{0, 1, 2, 3\}$  felosztása esetén számoljuk ki az alsó és felső integrálközelítő összeget, és hasonlítsuk össze az  $\int_a^b f(x) dx$  integrál értékével.

Minden feladat 7 pontos.