Matematika EP1, 1. zárthelyi pótlása, 2015. máj. 18.

1. (4 pont) Számítsuk ki az
$$a_n = \frac{3 \cdot 2^{4n} - 8n^2}{5 \cdot 4^{2n} + 7n^4}$$
sorozat határértékét.

2. (3 pont) Ha létezik, adjuk meg a
$$\lim_{x \to -1} \frac{\cos(2(x+1)) - 1}{x^2 + 2x + 1}$$
függvényhatárértéket.

3. (4 pont) Az a valós paraméter mely értékére lesz az
$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin(3x)}{e^{2x}-1} & \text{ha } x > 0 \\ a(x-1)^2 & \text{ha } x \leq 0 \end{cases}$$
függvény folytonos?

4. (4 pont) Differenciáljuk az alábbi függvényt:
$$\frac{\sin \frac{3x}{\sqrt{4-2x^2}} - \ln \operatorname{tg}(x^3 - 7x)}{x^{3/2} \cos x}.$$

5. (5 pont) Mekkora annak az 1 literes felül nyitott henger alakú edénynek a magassága, amelynek minimális a felszíne?

Matematika EP1, 2. zárthelyi pótlása, 2015. máj. 18.

1. (4 pont)
$$\int \frac{x^2 + 12x + 43}{x^2 + 10x + 29} \, \mathrm{dx} = ?$$

2. (4 pont)
$$\int_1^{e^2} \ln x \, \mathrm{dx} = ?$$

3. (4 pont) Számítsuk ki, hogy az $x = 0$ és $x = \pi/4$ közé eső sávban mekkora a $\sin x$ és $\operatorname{tg} x$ függvények grafikonja közötti terület.

4. (4 pont) Oldjuk meg Gauss-eliminációval az alábbi egyenletrendszert.
$$\begin{aligned} 2x + 5y - 8z &= 3 \\ 6x + 16y - 20z &= 7 \\ -2x - 4y + 12z &= 0 \end{aligned}$$

5. (4 pont) A Gauss-elimináció eredményeként kapott mátrix utolsó sora már nem fért el a füzetben. Egészítsük ki az alábbi mátrixot egy sorral úgy, hogy a megfelelő lineáris egyenletrendszernek végtelen sok megoldása legyen, és adjuk is meg ezeket paraméteresen.
$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 3 & 4 & 2 \\ 0 & 1 & -2 & 3 \end{array}\right]$$