Matematika EP1, 1. zárthelyi pótlása, 2016. dec. 12.

1. (4 pont) Oldjuk meg Gauss-eliminációval az alábbi egyenletrendszert.

$$\begin{aligned} 3x + 9y - 4z &= 8 \\ -2x - 7y + 5z &= -9 \\ x + 4y - 2z &= 3 \end{aligned}$$

2. (5 pont) Tekintsük az

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 0 & 1 \\ -4 & 1 & -1 \\ 3 & -5 & 1 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$$

mátrixokat. Határozzuk meg az A mátrix determinánsát. Számoljuk ki az A^{-1} inverzmátrixot és az $A^{-1}B$ mátrixszorzatot.

3. (2+2+2 pont) Adottak a térben az

$$e_1 = \begin{cases} x = 3t - 3 \\ y = 2t + 2 \\ z = 2t - 5 \end{cases} \qquad e_2 = \begin{cases} x = 3t + 4 \\ y = -5 \\ z = t + 2 \end{cases}$$

kitérő egyenesek.

(a) Számítsuk ki az irányvektoraik vektoriális szorzatát, ezt jelöljük $\underline{v}$-vel.

(b) Válasszunk egy tetszőleges P_1 pontot az e_1 és egy P_2 pontot az e_2 egyenesről, majd adjuk meg a $\overrightarrow{P_1P_2}$ vektort.

(c) Számítsuk ki az e_1 és e_2 egyenesek távolságát, ami megegyezik a $\overrightarrow{P_1P_2}$ vektornak a $\underline{v}$ vektorral párhuzamos komponensével.

4. (5 pont) Írjuk fel annak az $\mathbb{R}^3$ térbeli lineáris transzformációnak az A mátrixát, amely az $x = z$ síkra tükröz és az y irányban kétszeresére nyújt. Ezen A mátrixszal való szorzás segítségével számoljuk ki, mit rendel a transzformáció a $\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$ vektorhoz.

Matematika EP1, 2. zárthelyi pótlása, 2016. dec. 12.

1. (5 pont) Számítsuk ki az

$$a_n = \frac{55 \cdot 5^n - 5n^{55}}{555n^5 + 5^{n+5}}$$

sorozat határértékét.

2. (5 pont) Az a valós paraméter mely értékére lesz az

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin 2x}{x^2+3x} & \text{ha } x > 0 \\ a(2-x) & \text{ha } x \le 0 \end{cases}$$

függvény folytonos?

3. (5 pont) Az $f(x) = \operatorname{arctg}(2x - 3)$ függvényhez mely pontokban húzott érintő párhuzamos az $x - 5y + 4 = 0$ egyenessel? (Az érintő egyenletét nem kell felírni.)

4. (5 pont) Az A pontban van egy 27 egység erősségű fényforrás. A tőle 1 méterre lévő B pontban pedig egy 8 egység erősségű. Határozzuk meg az AB szakasz legkevésbé megvilágított pontját. Segítség: az egy fényforrásból származó megvilágítás erőssége fordítottan arányos a fényforrástól mért távolság négyzetével, és a két fényforrásból származó megvilágítás értéke összeadódik. A keresett pont meghatározásához felírt egyenlet rendezésekor egy alkalmas ponton vonjunk harmadik gyököt.