

Név:
Neptun-kód:

ZH	1	2	3	4	5	6	7	8	9	V	Σ	jegy

Matematika EP1 vizsga, 2017. jan. 4.

Integrálási feladatok (kritérium: a sikeres vizsgához az alábbi három feladatból legalább 6 pontot el kell érni)

1. Az

$$\int \frac{x}{\sqrt{2x-3}} dx$$

határozatlan integrálban végezzük el az $u = \sqrt{2x-3}$ helyettesítést, számoljuk ki a primitív függvényt, majd fejezzük ki az eredményt az x változó segítségével.

2. Mennyi az

$$\int_1^e \left(\frac{x^7}{x\sqrt{x}} + \frac{1}{x} \cdot \ln^3 x \right) dx$$

határozott integrál értéke?

3. Számítsuk ki a koordinátarendszerben a $(-1, 0)$, $(1, 0)$, $(1, 1)$ pontok által meghatározott háromszög tömegközéppontjának koordinátáit. Segítség: először írjuk fel a $(-1, 0)$ és $(1, 1)$ pontokon átmenő egyenes egyenletét.

Számítási feladatok

4. Írjuk fel az \mathbb{R}^2 síkban az origó körüli $\pi/2$ szöggel való óramutató járásával ellentétes irányú forgatás A mátrixát. Számoljuk ki az A mátrix inverzét. Olvassuk le, hogy az eredményül kapott A^{-1} mátrix milyen lineáris transzformáció mátrixa.

5. Mennyi az

$$a_n = \sqrt{1 + 3n^3 + n^4} - \sqrt{2 + n^4}$$

sorozat határértéke?

6. Írjuk fel az $f(x) = \sqrt[4]{x}$ függvény érintőjének egyenletét abban a pontban, ahol az érintő merőleges az $y + 4x = 3$ egyenesre.

Elméleti feladatok

7. (a) Egy lineáris egyenletrendszerben az egyenletek és az ismeretlenek száma megegyezik. Csak az egyenletrendszer együtthatómátrixát ismerve mit mondhatunk a megoldások számáról? Az együtthatómátrixnak milyen tulajdonsága áll összefüggésben a megoldások számával? Adjuk meg ezt az összefüggést.

(b) Hány megoldása lehet a

$$3x - y + 2z = *$$

$$2x + 4y - 2z = *$$

$$2x - 3y + 3z = *$$

egyenletrendszernek, ahol a * helyeken álló számok nem olvashatók?

8. (a) Egy f kétszer differenciálható függvény második deriváltjának milyen tulajdonsága esetén konvex ill. konkáv az f függvény egy (a, b) intervallumon?

(b) Mit mondhatunk egy f kétszer differenciálható függvény második deriváltjáról, ha f konvex ill. konkáv egy (a, b) intervallumon?

(c) A fentiek alapján állapítsuk meg, hogy az $f(x) = x^3 - 3x^2 + 7x - 4$ függvény mely intervallumokon konvex ill. konkáv.

9. Definiáljuk egy f korlátos függvény improprius integrálját a $[0, \infty)$ intervallumon. A definíció alkalmazásával számítsuk ki az

$$\int_0^{\infty} \frac{1}{(x+1)^5} dx$$

értékét.

Minden feladat 7 pontos.