

Név:
Neptun-kód:

ZH	1	2	3	4	5	6	7	8	9	V	Σ	jegy
----	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	------

Matematika EP1 vizsga, 2017. jan. 11.

Integrálási feladatok (kritérium: a sikeres vizsgához az alábbi három feladatból legalább 6 pontot el kell érni)

1. Számoljuk ki az

$$\int 3xe^{-2x} dx$$

határozatlan integrált. Segítség: végezzünk parciális integrálást.

2. Mennyi az

$$\int_0^1 \frac{x^3 - 3x^2 - 5x + 2}{x + 1} dx$$

határozott integrál értéke?

3. Tekintsük azt a korlátos S síkidomot, amelyet az $y = 1/x$, $y = x^2$ és $y = 4$ görbék határolnak az első síknegyedben. (Az első síknegyed a koordinátarendszer azon a pontjaiból áll, amelyeknek mindkét koordinátája pozitív.) Integrálással számítsuk ki az S síkidom területét. Segítség: ábrázoljuk az adott görbéket, majd S területét két jól választott rész összegeként számoljuk ki.

Számítási feladatok

4. (a) Tekintsük az

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 3 & -2 \\ 5 & 6 & 1 \\ -2 & 0 & p \end{pmatrix}$$

mátrixot, ahol p valós paraméter. A p paraméter mely értékeire létezik az A mátrix inverze?

- (b) Számoljuk ki a fenti A mátrix inverzét a $p = 3$ paraméterérték esetén.

5. Mennyi az

$$a_n = \left(\frac{(n-4)(n+1) + 3n}{(n+2)(n-1) - n} \right)^{n^2}$$

sorozat határértéke?

6. Keressük meg azt a harmadfokú polinomot, amely az $x_0 = 0$ pontban harmadrendben érinti az $f(x) = \operatorname{tg} x$ függvényt, azaz f harmadfokú Taylor-polinomját a 0-ban. Segítség: a $\operatorname{tg} x$ függvény deriváltját érdemes $1 + \operatorname{tg}^2 x$ alakban írni.

Elméleti feladatok

7. Adott \underline{u} és \underline{v} háromdimenziós vektorok esetén mik az $\underline{u} \times \underline{v}$ vektoriális szorzat definiáló tulajdonságai (irány, állás, hossz)? Az

$$\underline{u} = \begin{pmatrix} 5 \\ -8 \\ 3 \end{pmatrix} \quad \underline{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix}$$

esetben számoljuk ki az $\underline{u} \times \underline{v}$ vektoriális szorzatot.

8. Mondjuk ki a függvények x_0 pontbeli határértékére vonatkozó rendőrelvet. A rendőrelv segítségével számoljuk ki a

$$\lim_{x \rightarrow 0} x \sin \left(\frac{1}{x} \right)$$

határértéket. Segítség: adjunk alsó és felső becslést a szinuszfüggvényre.

9. Mondjuk ki a Rolle-féle középértéktételt. Az

$$f(x) = \frac{1 - x^2}{x}$$

függvényre alkalmazható-e a tétel az $[a, b] = [-1, 1]$ intervallumon? A fenti f függvény deriváltjának kiszámításával ellenőrizzük, hogy létezik-e a tétel által garantált tulajdonságú pont.

Minden feladat 7 pontos.