Matematika EP1, 1. zárthelyi pótlása, 2016. máj. 25.

1. (4 pont) Oldjuk meg Gauss-eliminációval az alábbi egyenletrendszert.

$$\begin{aligned} 3x - 13y + 8z &= 14 \\ x - 5y + 4z &= 10 \\ 4x - 15y + 7z &= 3 \end{aligned}$$

2. (5 pont) Tekintsük az

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -5 & 4 \\ 3 & -7 & 5 \\ -7 & 2 & 1 \end{pmatrix} \qquad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} -5 \\ -7 \\ 2 \end{pmatrix}$$

mátrixot és vektort. Határozzuk meg az A mátrix determinánsát. Számoljuk ki az A^{-1} inverzmátrixot és az $A^{-1}\mathbf{b}$ mátrixszorzatot.

3. (2+2+2 pont) Adottak a térben az $A = (-2, 1, 0)$, $B = (1, 6, 2)$ és $C = (2, 9, 1)$ pontok.

   (a) Írjuk fel az A és B pontokon átmenő egyenes egyenletrendszerét.

   (b) Számítsuk ki az $\overrightarrow{AB}$ és $\overrightarrow{AC}$ vektorok vektoriális szorzatát.

   (c) Írjuk fel az A, B és C pontok által meghatározott sík egyenletét.

4. (5 pont) Írjuk fel annak az $\mathbb{R}^2$ térbeli lineáris transzformációnak az A mátrixát, amely tetszőleges vektorhoz annak az $y = -x$ egyenesre vett tükörképét rendeli. Ezen A mátrixszal való szorzás segítségével számoljuk ki, mit rendel a transzformáció az $\begin{pmatrix} 5 \\ -4 \end{pmatrix}$ vektorhoz, ill. hogy mit rendel az eredményül kapott vektorhoz. (Ha jól számoltunk, a transzformáció kétszeri alkalmazásával visszakaptuk az eredeti vektort.)

Matematika EP1, 2. zárthelyi pótlása, 2015. máj. 25.

1. (4 pont) Számítsuk ki az

$$a_n = \frac{3^{n+1} + (n-1)^4}{(n+2)^2 - 2 \cdot 3^{n-1}}$$

sorozat határértékét.

2. (4 pont) Számoljuk ki a

$$\lim_{x \to \infty} \frac{(2 + \sqrt{3x})x^2}{\sqrt{3x^2 - 2x^3 + 5x^5}}$$

függvényhatárértéket.

3. (4 pont) Az $f(x) = e^{x^2+2x}$ függvény $x_0 = 0$ pontbeli érintője hol metszi az $y = 11$ egyenest?

4. (4 pont) Egy ablak egy a és b oldalú teljes téglalapból és egy föléje rajzolt félkörből áll, kerülete $4\,\mathrm{m}$. Hogyan válasszuk meg a méreteket, hogy az ablak területe maximális legyen?

5. (4 pont) Keressük meg azt a harmadfokú polinomot, amely az $x_0 = 0$ pontban harmadrendben érinti az $f(x) = \sin(2x - \pi)$ függvényt, azaz f harmadfokú Taylor-polinomját a 0-ban.