

Név:
Neptun-kód:

ZH	1	2	3	4	5	6	7	8	9	V	Σ	jegy
----	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	------

Matematika EP1 vizsga, 2016. máj. 31.

Integrálási feladatok (kritérium: a sikeres vizsgához az alábbi három feladatból legalább 6 pontot el kell érni)

1. Az

$$\int \frac{e^x}{1 + e^{2x}} dx$$

határozatlan integrálban végezzük el az $u = e^x$ helyettesítést, számoljuk ki az integrált, majd az eredményt fejezzük ki az x változóval.

2. Számítsuk ki az

$$\int_1^2 \frac{x^3 - x^2 - 4x + 3}{x + 2} dx$$

határozott integrált.

3. Integrálással határozzuk meg a koordinátarendszer $A = (0, 0)$, $B = (1, 0)$, $C = (1, 1)$ és $D = (0, 2)$ pontjai által meghatározott trapéz tömegközéppontjának koordinátáit. Segítség: írjuk fel a C és D pontokra illeszkedő egyenes egyenletét.

Számítási feladatok

4. Adott az

$$\begin{cases} x = 2t + 3 \\ y = t - 5 \\ z = 5 - t \end{cases}$$

egyenletrendszerű egyenes a térben. Bontsuk fel a $(-3, 5, 2)$ vektort az egyenes irányába eső és arra merőleges komponensek összegére, majd ellenőrizzük a merőlegességet.

5. Írjuk fel annak az \mathbb{R}^3 térbeli $2\pi/3$ szöggel való forgatásnak az A mátrixát, amely az x tengelyt az y tengelybe, az y tengelyt a z tengelybe, a z tengelyt pedig az x tengelybe képezi. Az A mátrixszal való szorzás segítségével alkalmazzuk a transzformációt háromszor az $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ vektorra. Segítség: eredményül az eredeti vektort kell kapni.

6. Vizsgáljuk meg az

$$f(x) = \frac{3x}{12 + x^2}$$

függvényt. Határozzuk meg az értelmezési tartományát, mely intervallumokon monoton növekvő ill. csökkenő, konvex ill. konkáv, hol vannak a lokális szélsőértékei és inflexiós pontjai. Számítsuk ki a függvény határértékét az értelmezési tartomány szélein, majd vázoljuk a függvény grafikonját.

Elméleti feladatok

7. Hogyan változik egy mátrix determinánsa, ha a Gauss-elimináció alábbi lépéseit végezzük rajta?

- (a) első sor megszorozása kettővel
- (b) első sor hozzáadása a másodikhoz
- (c) első két sor cseréje

Ellenőrizzük a válaszokat az

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 0 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$$

mátrixon az adott lépések elvégzése után a determináns kiszámolásával.

8. Mondjuk ki a sorozatokra vonatkozó rendőrelvet. Számoljuk ki a segítségével az

$$a_n = \frac{(-1)^n}{n^2}$$

sorozat határértékét.

9. Hogyan adható meg általában egy f differenciálható függvény x_0 pontbeli érintőjének egyenlete? Számoljuk ki az érintőt az $f(x) = \sin(\pi e^x)$ és $x_0 = 0$ esetben.

Minden feladat 7 pontos.