

Név:.....
Neptun-kód:.....

ZH	1	2	3	4	5	6	7	8	9	V	Σ	jegy

Matematika EP1 vizsga, 2016. jún. 21.

Integrálási feladatok (kritérium: a sikeres vizsgálóhoz az alábbi három feladatból legalább 6 pontot el kell érni)

1. Parciális integrálást alkalmazva végezzük el az

$$\int x^2 \ln x \, dx$$

határozatlan integrált.

2. Számítsuk ki az

$$\int_3^4 \frac{x^2 + 6x - 25}{x^2 - 6x + 10} \, dx$$

határozott integrált.

3. Mekkora a térfogata annak a forgástestnek, amelyet az $f(x) = \sin x$ függvény két szomszédos zérushelye közötti részének x tengely körüli megforgatásával kapunk? Segítség: az integrálásnál használjuk a képletgyűjteményben is szereplő $\sin^2 x = (1 - \cos 2x)/2$ összefüggést.

Számítási feladatok

4. Adott a térben a $3x + 4y + 5z = 1$ egyenletű sík és az

$$\begin{cases} x = 5t - 7 \\ y = 4t - 1 \\ z = 3t - 4 \end{cases}$$

egyenletrendszerű egyenes. Írjuk fel annak az egyenesnek az egyenletrendszerét, amely teljes egészében benne fekszik a síkban, és amely merőleges a fenti egyenesre. Segítség: a keresett egyenes irányvektora merőleges a sík normálvektorára és az adott egyenes irányvektorára is.

5. Tekintsük a síkban azokat a téglalapokat, amelyek egyik csúcsa az origó, az ezzel szomszédos csúcsok a tengelyek pozitív felén vannak, a negyedik csúcs pedig a $3x + 2y - 6 = 0$ egyenletű egyenesre esik. Határozzuk meg a fenti téglalapok közül a maximális területűt.

6. Keressük meg azt a negyedfokú polinomot, amely az $x_0 = 0$ pontban negyedrendben érinti az $f(x) = e^{-x^2}$ függvényt, azaz f negyedfokú Taylor-polinomját a 0-ban.

Elméleti feladatok

7. Tekintsük a 2×2 -es mátrixok V halmazát. Melyik az a két művelet, amellyel a V halmaz vektorteret alkot? Mutassuk be, hogyan kell elvégezni ezeket a műveleteket 0-kat nem tartalmazó mátrixok példáján. Ellenőrizzük a vektortér definíciójában szereplő két létezését garantáló feltételt az $\underline{u} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ esetben. Segítség: a vektortér definiáló tulajdonságai szerepelnek a képletgyűjteményben.

8. Mi a sorozat határértékének definiálója? A definíció segítségével ellenőrizzük az

$$a_n = \frac{1}{n^2}$$

sorozat határértékét. Keressük meg az $\varepsilon = 0,01$ -hoz tartozó küszöbindexet.

9. Mondjuk ki a Rolle-féle középérték-tételt. Alkalmazzuk a tételt a következő esetben. Egy 10 m/s sebességgel függőlegesen feldobott kavics földtől számított magasságát az idő függvényében a földet éri a $h(t) = 10t - 5t^2$ formula adja meg. Milyen időpont létezését garantálja a Rolle-tétel?

Minden feladat 7 pontos.