Matematika EP1, 2. zárthelyi pótlása, 2017. dec. 11. A csoport

1. (4 pont) Számítsuk ki az
$$a_n = \sqrt{n}\left(\sqrt{n+1} - \sqrt{n+2}\right)$$
sorozat határértékét.

2. (4 pont) Az a valós paraméter mely értékére lesz az
$$f(x) = \begin{cases} \frac{1-\cos(2x)}{x^2} & \text{ha } x > 0 \\ a - x^2 & \text{ha } x \leq 0 \end{cases}$$
függvény folytonos?

3. (5+3 pont) Tekintsük az $f(x) = xe^{6-x}$ függvényt.
   (a) Vizsgáljuk meg az f függvényt, hol értelmezett, milyen intervallumon monoton növő ill. csökkenő, hol konvex és konkáv, hol van lokális szélsőértéke és inflexiós pontja, majd vázoljuk a függvény grafikonját.
   (b) Írjuk fel az f függvény érintőegyenesének egyenletét az $x_0 = 1$ pontban.

4. (4 pont) Keressük meg azt a harmadfokú polinomot, amely az $x_0 = 0$ pontban harmadrendben érinti az $f(x) = \ln(1 + 2x)$ függvényt, azaz f harmadfokú Taylor-polinomját a 0-ban.

Matematika EP1, 2. zárthelyi pótlása, 2017. dec. 11. B csoport

1. (4 pont) Számítsuk ki az
$$a_n = \sqrt{n^2 + n} - n$$
sorozat határértékét.

2. (4 pont) Az a valós paraméter mely értékére lesz az
$$f(x) = \begin{cases} \frac{e^{3x+1}-e}{x} & \text{ha } x > 0 \\ ae^x & \text{ha } x \leq 0 \end{cases}$$
függvény folytonos?

3. (5+3 pont) Tekintsük az $f(x) = 2\ln(x-3) - (x-3)^2$ függvényt.
   (a) Vizsgáljuk meg az f függvényt, hol értelmezett, milyen intervallumon monoton növő ill. csökkenő, hol konvex és konkáv, hol van lokális szélsőértéke és inflexiós pontja, majd vázoljuk a függvény grafikonját.
   (b) Írjuk fel az f függvény érintőegyenesének egyenletét az $x_0 = 4$ pontban.

4. (4 pont) Keressük meg azt a harmadfokú polinomot, amely az $x_0 = 0$ pontban harmadrendben érinti az $f(x) = \ln(1 - x)$ függvényt, azaz f harmadfokú Taylor-polinomját a 0-ban.