

Név:
Neptun-kód:

ZH	1	2	3	4	5	6	7	8	9	V	Σ	jegy
----	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	------

Matematika EP1 vizsga, 2018. jan. 10.

Integrálási feladatok (kritérium: a sikeres vizsgához az alábbi három feladatból legalább 6 pontot el kell érni)

1. Az

$$\int x \cdot \sin(\pi - 3x^2) dx$$

határozatlan integrálban végezzük el az $u = \pi - 3x^2$ helyettesítést, számoljuk ki az integrált az új u változóval, majd a kapott függvényt fejezzük ki az x változó segítségével.

2. Mennyi az

$$\int_{-1}^2 \frac{5}{x^2 - x - 6} dx$$

határozott integrál értéke?

3. Homogén lemezből kivágjuk azt a korlátos síkidomot, amelyet az $y = 1/(x + 1)$ görbe, a koordinátatengelyek és az $x = 1$ egyenes határolnak. Számítsuk ki a lemezdarab tömegközéppontjának koordinátáit.

Számítási feladatok

4. Három gyerek különböző édességeket kap ajándékba: Helga két müzliszeletet, hét piskótászeletet és hét zabpelyhes kekszet, Bettina két müzliszeletet, hat piskótászeletet és négy zabpelyhes kekszet, Kristóf pedig egy müzliszeletet, öt piskótászeletet és nyolc zabpelyhes kekszet. Helga édességei 370 Ft-ba, Bettináé 300 Ft-ba, Kristófé pedig 290 Ft-ba kerültek összesen. Mennyi az egyes édességek egységára, ha ezek 10 Ft pozitív egész számú többszörösei. A megoldásnál alkalmazzuk a Gauss-elimináció módszerét.

5. Írjuk fel annak az egyenesnek az egyenletét, amely merőleges az $f(x) = 3(x - 5)^{2/3} - 4$ függvény grafikonjának $y = -1$ pontjához húzott érintőjére és amely átmegy az érintési ponton. Hol metszi a fenti érintőre merőleges egyenes a koordinátatengelyeket?

6. Vizsgáljuk meg az

$$f(x) = \frac{1}{1 - x^2}$$

függvényt: adjuk meg az értelmezési tartományát, határozzuk meg, milyen intervallumokon monoton növekvő ill. csökkenő, hol konvex és konkáv, hol van lokális szélsőértéke és inflexiós pontja, majd vázoljuk a függvény grafikonját. Az ábrázoláshoz segíthet a függvény határértékének kiszámolása az értelmezési tartomány határpontjaiban.

Elméleti feladatok

7. Írjuk fel a vektoriális szorzás definiáló tulajdonságait, azaz adjuk meg a szorzat hosszát, irányát, állását. Alkalmazzuk a vektoriális szorzást az

$$\begin{cases} x = 6t \\ y = 2t \\ z = -5t \end{cases} \quad \text{és} \quad \begin{cases} x = 4t \\ y = 0 \\ z = 3t \end{cases}$$

egyenesek által feszített sík egyenletének felírásához.

8. Mondjuk ki általában a sorozat határértékének definícióját. Az

$$a_n = \frac{5n}{n - 1}$$

szorozat esetén a definíció segítségével határozzunk meg az $\varepsilon = 0,1$ -hez tartozó n_0 küszöbindexet.

9. Hogy szól a L'Hospital-szabály? A tételt az egyszerű alkalmazás esetére mondjuk ki. A

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}, \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln x}{x}, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x}{x}, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x}{x}$$

határértékek közül melyikre alkalmazható a L'Hospital-szabály? Ahol lehet, alkalmazzuk, ahol nem, ott miért nem alkalmazható? Más módon számítsuk ki ezeket a határértékeket is.

Minden feladat 7 pontos.