

Matematika EP1, 1. zárthelyi pótlása, 2017. máj. 17.

1. (4 pont) Oldjuk meg Gauss-eliminációval az alábbi egyenletrendszert.

$$\begin{aligned}2x - 8y + 2z &= 6 \\3x - 12y + 6z &= 0 \\x - 5y + 2z &= 3\end{aligned}$$

2. (2+3 pont) Legyen $p \in \mathbb{R}$ valós paraméter, és tekintsük az

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -3 & -2 \\ 3 & 4 & 2 \\ 2 & 2 & p \end{pmatrix}$$

mátrixot.

- (a) Határozzuk meg az A mátrix determinánsát, amely függhet a p paramétertől. A p paraméter mely értékeire létezik az A mátrix inverze?
- (b) A p paraméter mely értékére lesz az A mátrix determinánsa 1? Számoljuk ki ebben az esetben az A^{-1} inverzmátrixot.
3. (1+2+2+2 pont) Adott a térben az $5x + 3y - z = -8$ egyenletű S sík és rajta az $A = (-3, 4, 5)$ és $B = (-1, 1, 6)$ pontok.
- (a) Ellenőrizzük, hogy A és B valóban az S síkban vannak.
- (b) Írjuk fel az A és B pontokon átmenő egyenes egyenletrendszerét.
- (c) Számítsuk ki az \overrightarrow{AB} vektor és az S sík normálvektorának vektoriális szorzatát.
- (d) Írjuk fel annak a síknak az egyenletét, amely merőleges S -re és amely átmege az A és B pontokon.
4. (4 pont) Írjuk fel annak az \mathbb{R}^3 térbeli lineáris transzformációnak az A mátrixát, amely az x koordinátairányban háromszorosra nyújt, az yz síkban pedig π szöggel forgat. Ezen A mátrixszal való szorzás segítségével számoljuk ki, mit rendel a transzformáció a $\begin{pmatrix} 2 \\ -5 \\ -2 \end{pmatrix}$ vektorhoz.

Matematika EP1, 2. zárthelyi pótlása, 2017. máj. 17.

1. (4 pont) Számítsuk ki az

$$a_n = \left(\frac{(n+1)^2 - n^2}{2n} \right)^{3n+4}$$

sorozat határértékét.

2. (4 pont) Számoljuk ki a

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x^5 + \sqrt{x} \sin x}{x^{3/2} + x^{5/2}}$$

függvényhatárértéket.

3. (4 pont) Vizsgáljuk meg az $f(x) = x^4 - 4x^3$ függvényt. Határozzuk meg az értelmezési tartományát, készítsünk táblázatot, mely intervallumokon monoton növekvő ill. csökkenő, konvex ill. konkáv a függvény, hol vannak a lokális szélsőértékei és inflexiós pontjai. Végül vázoljuk a függvény grafikonját.
4. (4 pont) Írjunk maximális területű téglalapot az $y = 4 - x^2$ parabola és az x tengely közé eső korlátos síkrészbe. Mekkora a kapott téglalap területe?
5. (4 pont) Keressük meg azt a harmadfokú polinomot, amely az $x_0 = 0$ pontban harmadrendben érinti az $f(x) = \sin(3x + \pi) - x^2$ függvényt, azaz f harmadfokú Taylor-polinomját a 0-ban.