

Név: .....  
Neptun-kód: .....

ZH	1	2	3	4	5	6	7	8	9	V	Σ	jegy
----	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	------

## Matematika EP1 vizsga, 2017. jún. 6.

**Integrálási feladatok** (kritérium: a sikeres vizsgához az alábbi három feladatból legalább 6 pontot el kell érni)

1. Számoljuk ki az

$$\int \frac{x^2}{x^2 + 4x + 5} dx$$

határozatlan integrált.

2. Mennyi az

$$\int_{\pi}^{2\pi} ((3x\sqrt{x})^2 + 4 \sin x \cos x) dx$$

határozott integrál értéke?

3. Integrálással számoljuk ki az  $f(x) = \cos x + 1$  függvény egy periódusának  $x$  tengely körüli megforgatásával kapott forgástest térfogatát. Segítség: a  $\cos^2 x$  függvény integrálásakor használjuk a képletgyűjteményben szereplő összefüggést.

### Számítási feladatok

4. Vetítsük le az

$$\begin{cases} x = 3t + 1 \\ y = 2t - 3 \\ z = 2t + 4 \end{cases}$$

egyenes a  $2x + y - z = 1$  síkra az alábbi lépésekben. Bontsuk fel az egyenes irányvektorát a sík normálvektorával párhuzamos és rá merőleges összetevőkre. A merőleges összetevő a keresett egyenes irányvektora. A keresett egyenes egy pontját az eredeti egyenes és a sík metszéspontja adja.

5. Írjuk fel az  $\mathbb{R}^2$  síkban az  $y = -x$  egyenesre tükrözés  $A$  mátrixát. Számítsuk ki ennek a mátrixnak az  $A^{-1}$  inverzét. Mit veszünk észre? Mátrixszorzással határozzuk meg a  $\begin{pmatrix} 3 \\ -5 \end{pmatrix}$  képét a tükrözésnél.

6. Vizsgáljuk meg az  $f(x) = x^2(x - 3)$  függvényt. Határozzuk meg az értelmezési tartományát, készítsünk táblázatot, mely intervallumokon monoton növekvő ill. csökkenő, konvex ill. konkáv a függvény, hol vannak a lokális szélsőértékei és inflexiós pontjai. Végül vázoljuk a függvény grafikonját.

### Elméleti feladatok

7. Adjuk meg az  $\underline{u}$  és  $\underline{v}$  háromdimenziós vektorok vektoriális szorzatának definiáló tulajdonságait (hossz, irány, állás). Számítsuk ki az

$$\underline{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \underline{v} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

vektorok vektoriális szorzatát, majd ellenőrizzük a hosszára vonatkozó tulajdonságot. Segítség: skaláris szorzással számoljuk ki az  $\underline{u}$  és  $\underline{v}$  vektorok szögének koszinuszát, majd alkalmazzuk a  $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$  összefüggést.

8. Írjuk le a sorozat határértékének definícióját. A definíció alapján adjunk meg az

$$a_n = \frac{3n^2 - 2}{4n^2}$$

sorozathoz és az  $\varepsilon = 0,005$  számhoz tartozó  $n_0$  küszöbértéket.

9. Milyen kapcsolatban van egy  $f(x)$  függvény  $x_0$ -beli deriváltja a függvény grafikonjának az  $x_0$ -beli érintőegyeneseivel? Írjuk fel egy általános  $f(x)$  differenciálható függvény érintőegyenésének egyenletét az  $x_0$  pontban. Írjuk fel az érintőegyenest az  $f(x) = 2x^3 - 3x^2$  függvény esetén az  $x_0 = 1$  pontban.

Minden feladat 7 pontos.