

Név:
Neptun-kód:

ZH	1	2	3	4	5	6	7	8	9	V	Σ	jegy

Matematika EP1 vizsga, 2017. jún. 13.

Integrálási feladatok (kritérium: a sikeres vizsgához az alábbi három feladatból legalább 6 pontot el kell érni)

1. Számoljuk ki az

$$\int x \cos(2x) dx$$

határozatlan integrált. Segítség: alkalmazzuk parciális integrálást.

2. Mennyi az

$$\int_3^4 \frac{x^2 + x + 4}{x - 2} dx$$

határozott integrál értéke?

3. Integrálással számoljuk ki az $f(x) = x^3/2$ függvény grafikonjának 0 és 2 közötti darabját az x tengely körül megforgatva kapott forgástest felszínét.

Számítási feladatok

4. Számítsuk ki az

$$\begin{cases} x = 3t - 8 \\ y = 4 \\ z = 5 - 2t \end{cases} \quad \begin{cases} x = 2t + 1 \\ y = -2 \\ z = t - 5 \end{cases}$$

kitérő egyenesek távolságát az alábbi lépésekben. Számoljuk ki a két egyenes irányvektorának vektoriális szorzatát, jelöljük ezt a vektort \underline{w} -vel. Válasszunk egy-egy tetszőleges pontot a két egyenesről. Az egyik pontból a másikba mutató vektor \underline{w} -vel párhuzamos komponensének hossza adja a két egyenes távolságát.

5. Mennyi az

$$a_n = \left(\frac{(n+2)^2 - 4n}{n^2 + 1} \right)^{2n^2 - 1}$$

sorozat határértéke?

6. Az $f(x) = \sqrt{2x+3}$ függvény grafikonjának mely pontjához húzott érintőegyenes merőleges a $3x + y = 5$ egyenesre?

Elméleti feladatok

7. Melyik két művelettel alkot vektorteret a 2×2 -es mátrixok halmaza? Az

$$\underline{u} = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ -2 & 5 \end{pmatrix} \quad \underline{v} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & -3 \end{pmatrix}$$

mátrixok és $\lambda = 2$ esetén mutassuk be, hogyan kell elvégezni ezeket a műveleteket. Melyek a definícióban szereplő $\underline{0}$ és $-\underline{u}$ mátrixok a fenti példában? Segítség: a vektortér definiáló tulajdonságai szerepelnek a képletgyűjteményben.

8. Három \mathbb{R}^3 térbeli vektor esetén a belőlük mint oszlopvektorokból képzett 3×3 -as A mátrix milyen tulajdonsága alapján dönthető el, hogy a vektorok bázist alkotnak-e? A

$$\begin{pmatrix} p \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} -3 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

vektorok a $p \in \mathbb{R}$ paraméter mely értéke esetén alkotnak bázist? Ellenőrizzük a belőlük képzett mátrixra adott feltételt.

9. Mondjuk ki, mit értünk egy $f(x)$ függvény x_0 pontbeli határértékén. A határérték létezésén túl milyen további feltétel kell a függvény folytonosságához az x_0 pontban? Tekintsük az $f(x) = \frac{\sin x}{x}$ függvényt. A függvény $x_0 = 0$ -beli határértéke nevezetes. Folytonos-e ez az $f(x)$ függvény x_0 -ban? Ha nem, milyen értéket adjunk a függvénynek x_0 -ban, hogy folytonossá teheszük?

Minden feladat 7 pontos.