Matematika EP1, 1. zárthelyi pótlása, 2018. máj. 23.

1. (4 pont) Oldjuk meg Gauss-eliminációval az alábbi egyenletrendszert.

$$\begin{aligned} 3x + 5y &= 13 \\ 2x + 2y - 3z &= 8 \\ x + 2y + z &= 4 \end{aligned}$$

2. (5 pont) Tekintsük az

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & -1 \\ 3 & 4 & p \end{pmatrix}$$

mátrixot, amelyben $p \in \mathbb{R}$ valós paraméter. A p paraméter függvényében határozzuk meg az A mátrix determinánsát. A p mely értéke esetén lesz a determináns értéke 1? A p ezen választása esetén számoljuk ki az A^{-1} inverzmátrixot.

3. (2+2+2 pont) Adottak a térben az $A = (3, -3, 5)$, $B = (6, -2, 1)$ és $C = (5, -1, 8)$ pontok.
   (a) Írjuk fel az A és B pontokon átmenő egyenes paraméteres egyenletrendszerét.
   (b) Számítsuk ki az $\overrightarrow{AB}$ és $\overrightarrow{AC}$ vektoriális szorzatát.
   (c) Az előző feladat eredményének felhasználásával írjuk fel annak a síknak az egyenletét, amely átmegy az A, B és C pontokon.

4. (5 pont) Írjuk fel annak az $\mathbb{R}^2$ síkbeli lineáris transzformációnak az A mátrixát, amely minden vektort az origó körül az óramutató járásával ellentétes irányban $3\pi/2$ szöggel elforgat, hosszát pedig háromszorosára nyújtja. Ezen A mátrixszal való szorzás segítségével számoljuk ki, mit rendel a transzformáció az $\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$ vektorhoz.

Matematika EP1, 2. zárthelyi pótlása, 2018. máj. 23.

1. (4 pont) Számítsuk ki az

$$a_n = \left(2 - \frac{n+1}{n+2}\right)^{3n-8}$$

sorozat határértékét.

2. (4 pont) Az a valós paraméter mely értékére lesz az

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin(2x^2)}{3x^2+4x^3} & \text{ha } x > 0 \\ a + x & \text{ha } x \leq 0 \end{cases}$$

függvény folytonos?

3. (4 pont) Írjuk fel az $f(x) = \sqrt[3]{3x-2} + 5$ függvény $x_0 = 1$ ponthoz tartozó érintőegyenesének egyenletét.

4. (4 pont) Egy 2π sugarú kör alakú papírlapból α középponti szögű körcikket vágunk ki. A papírlapból azután kúpot hajtunk úgy, hogy az α szögű körcikk alkossa a kúp palástját. Az α szög mely értékére maximális a kapott kúp térfogata? Segítség: a körcikk ívének hossza a kör sugarának és a középponti szög ívmértékben vett értékének szorzata. Ez megegyezik a kúp alapkörének kerületével. A térfogatra felírt függvény második deriváltjának negatív voltát a kapott pontban nem kell ellenőrizni.

5. (4 pont) Keressük meg azt a harmadfokú polinomot, amely az $x_0 = 0$ pontban harmadrendben érinti az $f(x) = 3e^{-2x}$ függvényt, azaz f harmadfokú Taylor-polinomját a 0-ban.