

Név:
Neptun-kód:

ZH	1	2	3	4	5	6	7	8	9	V	Σ	jegy
----	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	------

Matematika EP1 vizsga, 2018. jún. 6.

Integrálási feladatok (kritérium: a sikeres vizsgálóhoz az alábbi három feladatból legalább 6 pontot el kell érni)

1. Végezzük el az $u = \sqrt{x} + 1$ helyettesítést az

$$\int \frac{\cos(\sqrt{x} + 1)}{2\sqrt{x}} dx$$

határozatlan integrálban. Számítsuk ki az integrált az u változóban, majd fejezzük ki a kapott függvényt az eredeti x változóval.

2. Mennyi az

$$\int_2^3 \frac{x^2 - x - 3}{x^2 - 5x + 4} dx$$

határozott integrál értéke?

3. Tekintsük az $f(x) = 2/(x + 1)$ függvényt. A függvény grafikonjának az $y = 1$ és $y = 2$ egyenesekkel vett metszéspontok közé eső darabját forgassuk meg az x tengely körül. Integrálással határozzuk meg a kapott forgástest térfogatát.

Számítási feladatok

4. Adott az

$$\begin{cases} x = 7 - 3t \\ y = 2t - 2 \\ z = 4t - 5 \end{cases}$$

egyenes és a $P = (0, 11, 5)$ pont a térben. Számoljuk ki az egyenes és a pont távolságát az alábbiak szerint. Először írjuk fel annak a síknak az egyenletét, amely merőleges az egyenesre és átmegy a P ponton. Határozzuk meg a sík és az egyenes metszéspontját. (A kapott metszéspont az egyenes P -hez legközelebbi pontja.) A metszéspont és P távolsága adja az egyenes és P távolságát.

5. Számítsuk ki az

$$a_n = \sqrt{n^2 + 2n} - \sqrt{n^2 + 3}$$

sorozat határértékét.

6. Mekkora a magassága annak az egyenes körkúpnak, amelynek alkotója egységnyi hosszú és a térfogata maximális?

Elméleti feladatok

7. Egy lineáris egyenletrendszert redukált alakra hoztunk, de az utolsó sor nem látható:

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -2 & 5 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \end{array} \right]$$

Egészítsük ki háromféleképpen úgy, hogy az egyenletrendszernek 0, 1 ill. végtelen sok megoldása legyen. Mindhárom esetben adjuk is meg az összes megoldást.

8. Hogyan értelmezzük egy $f(x)$ függvény folytonosságát egy x_0 pontban? Írjuk le a folytonos függvényekkel végzett alpműveletek ill. összetétel segítségével kapott függvény folytonosságára vonatkozó tételt. Az \mathbb{R} számegetes mely pontjaiban folytonos az alábbi két függvény?

$$f(x) = \frac{e^{-x^2+3x}}{x^2 - 3x - 4}, \quad g(x) = \frac{x^2 - 2x + 1}{\sin(2x)}$$

9. Hogyan értelmezzük az improprius integrált nemkorlátos integrandus esetén? A definíció segítségével számoljuk ki a következő improprius integrálokat:

$$\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x}} dx, \quad \int_0^1 \frac{1}{x} dx.$$

Minden feladat 7 pontos.