

Matematika EP1, 2. zárthelyi, 2018. ápr. 25. A csoport

1. (4 pont) Számítsuk ki az

$$a_n = \frac{3 \cdot 2^n - 6 \cdot 2^{3n} + 2^{-2n}}{20n^{100} - 8^{n+1}}$$

sorozat határértékét.

2. (3 pont) Írjuk fel az alábbi függvény deriváltját:

$$\frac{\operatorname{tg}(3x^2 - 5x)}{\sqrt{\ln x}}.$$

3. (4 pont) Azon téglalapok közül, amelyeknek bal alsó csúcspontja az origó, egy-egy oldaluk az x ill. az y tengely pozitív felére esik, jobb felső csúcspontja pedig az $f(x) = \cos(2x)$ függvény grafikonjának az $x \in [0, \pi/4]$ -hez tartozó darabjára esik, melyeknek maximális a kerülete?
4. (5 pont) Vizsgáljuk meg az $f(x) = x^3 \ln x$ függvényt. Határozzuk meg az értelmezési tartományát, készítsünk táblázatot, mely intervallumokon monoton növekvő ill. csökkenő, konvex ill. konkáv a függvény, hol vannak a lokális szélsőértékei és inflexiós pontjai. Végül vázoljuk a függvény grafikonját.
5. (4 pont) Keressük meg azt a negyedfokú polinomot, amely az $x_0 = 0$ pontban negyedrendben érinti az $f(x) = \cos(3x) - 2x^3 - x - 2$ függvényt, azaz f negyedfokú Taylor-polinomját a 0-ban.

Matematika EP1, 2. zárthelyi, 2018. ápr. 25. B csoport

1. (4 pont) Számítsuk ki az

$$a_n = \frac{2 \cdot 3^n - 6 \cdot 3^{2n} + 3^{-3n}}{20n^{100} - 9^{n+1}}$$

sorozat határértékét.

2. (3 pont) Írjuk fel az alábbi függvény deriváltját:

$$\frac{\sinh(x^3 - \sqrt{x})}{(x-1) \cos x}.$$

3. (4 pont) Azon téglalapok közül, amelyeknek bal alsó csúcspontja az origó, egy-egy oldaluk az x ill. az y tengely pozitív felére esik, jobb felső csúcspontja pedig az $f(x) = \frac{x+1}{x\sqrt{x}}$ függvény grafikonjára esik, melyeknek minimális a területe?
4. (5 pont) Vizsgáljuk meg az $f(x) = x^2 \ln(2x)$ függvényt. Határozzuk meg az értelmezési tartományát, készítsünk táblázatot, mely intervallumokon monoton növekvő ill. csökkenő, konvex ill. konkáv a függvény, hol vannak a lokális szélsőértékei és inflexiós pontjai. Végül vázoljuk a függvény grafikonját.
5. (4 pont) Keressük meg azt a negyedfokú polinomot, amely az $x_0 = 0$ pontban negyedrendben érinti az $f(x) = \cos(2x) - 3x^2 + x + 1$ függvényt, azaz f negyedfokú Taylor-polinomját a 0-ban.