Matematika EP1, 1. zárthelyi pótlása, 2019. dec. 16.

1. (4 pont) Oldjuk meg Gauss-eliminációval az alábbi egyenletrendszert.

$$\begin{aligned} 2x - 3y + 7z &= 4 \\ x - 2y + 2z &= 3 \\ x - 4y - 4z &= 7 \end{aligned}$$

2. (5 pont) Tekintsük az

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 5 & -2 \\ 1 & -4 & 6 \\ 4 & -5 & 11 \end{pmatrix} \qquad \underline{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

mátrixot és vektort. Határozzuk meg az A mátrix determinánsát, majd számoljuk ki az A^{-1} inverzmátrixot és az $A^{-1}\underline{v}$ mátrixszorzatot.

3. (2+2+2 pont) Adottak a térben a $P(2, 4, -3)$ és $Q(-4, 1, 5)$ pontok és a $\underline{v} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$ vektor.

   (a) Írjuk fel a P és Q pontokon átmenő egyenes paraméteres egyenletrendszerét.

   (b) Számoljuk ki a fenti egyenes irányvektorának és az adott $\underline{v}$ vektornak a vektoriális szorzatát.

   (c) Írjuk fel annak a P-n és Q-n átmenő síknak az egyenletét, amely párhuzamos a $\underline{v}$ vektorral.

4. (5 pont) Írjuk fel annak az $\mathbb{R}^2$ síkbeli lineáris transzformációnak az A mátrixát, amely minden vektort merőlegesen levetít az $y = x$ egyenletű egyenesre. Ezen A mátrixszal való szorzás segítségével számoljuk ki, mit rendel a transzformáció a $\begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix}$ vektorhoz.

Matematika EP1, 2. zárthelyi pótlása, 2019. dec. 16.

1. (4 pont) Számítsuk ki az

$$a_n = \frac{3n^6 - 10^{n-3}}{10^{3-n} + 8n^2}$$

sorozat határértékét.

2. (4 pont) A $p \in \mathbb{R}$ valós paraméter mely értékére folytonos az

$$f(x) = \begin{cases} \frac{4^x - 1}{2x} & \text{ha } x > 0 \\ \frac{p - x^2 + 3x}{6} & \text{ha } x \leq 0 \end{cases}$$

függvény?

3. (4 pont) Írjuk fel az $f(x) = \sqrt{2x+6} + 4$ függvény azon érintőegyenesének egyenletét, amely merőleges a $2x + y + 5 = 0$ egyenesre.

4. (4 pont) Mekkora az alapkör sugara annál a hengernél, amely maximális térfogatú a 24π felszínű hengerek között?

5. (4 pont) Keressük meg azt a harmadfokú polinomot, amely az $x_0 = 0$ pontban harmadrendben érinti az $f(x) = \cos(2x + \frac{\pi}{2})$ függvényt, azaz f harmadfokú Taylor-polinomját a 0-ban.