

Név:
Neptun-kód:

ZH	1	2	3	4	5	6	7	8	9	V	Σ	jegy

Matematika EP1 vizsga, 2020. jan. 3.

Integrálási feladatok (kritérium: a sikeres vizsgához az alábbi három feladatból legalább 6 pontot el kell érni)

1. Mennyi az

$$\int \frac{3x^3}{x^2 + 2x + 2} dx$$

határozatlan integrál értéke?

2. Számítsuk ki az

$$\int_0^\pi \left(\frac{\cos x}{\sqrt{\sin x}} - \frac{x}{\sqrt[3]{x^2 + 1}} \right) dx$$

határozott integrált.

3. Integrálással határozzuk meg az $f(x) = 2x - x^2$ függvény grafikonja és az x tengely által határolt korlátos tartomány tömegközéppontjának koordinátáit.

Számítási feladatok

4. Számoljuk ki a

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{10^x - 2^x}{3x^2 - x}$$

függvényhatárértéket.

5. Jelölje A annak az \mathbb{R}^2 síkbeli lineáris transzformációnak a mátrixát, amely az $y = x$ egyenletű egyenesre tükröz. Legyen B az x tengelyre tükrözés mátrixa. Ekkor a BA mátrixszorzat annak a lineáris transzformációnak a mátrixa, amelyet először az A -nak majd a B -nek megfelelő transzformáció egymás után alkalmazásával kapunk. Számítsuk ki a BA mátrixszorzatot, majd olvassuk le, milyen transzformáció mátrixa ez.

6. Hol metszi az x tengelyt az $f(x) = \cos x$ függvény $x_0 = \pi/4$ pontban húzott érintője?

Elméleti feladatok

7. (a) Adjuk meg a Gauss-elimináció megengedett lépéseit. Tegyük fel, hogy az egyenletek és ismeretlenek száma megegyezik. Hogyan változik ekkor az együtthatómátrix determinánsa az egyes lépések elvégzésekor?

(b) A

$$\begin{aligned} 2x - y &= -1 \\ x + y &= -2 \end{aligned}$$

egyenletrendszer mátrixos alakban felírva végezzünk el egyet-egyét a megengedett lépésekből. A lépéseket úgy válasszuk meg, hogy azok elvégzése után leolvashassuk az egyenletrendszer megoldását. Írjuk fel a megoldást. Minden elvégzett lépésnél ellenőrizzük az együtthatómátrix determinánsának változását.

8. Számoljuk ki az

$$a_n = \frac{2n - 3}{n + 1}$$

sorozat határértékét, majd keressük meg azt a küszöbindexet, amelytől kezdve a sorozat elemeinek a határértéktől való eltérés $\varepsilon = 0,05$ -nél kisebb.

9. (a) Milyen differenciálási szabályból és hogyan következik a parciális integrálás képlete?
(b) Alkalmazzuk a parciális integrálást az

$$\int (2x + 1)e^{3x} dx$$

integrál kiszámolására.

Minden feladat 7 pontos.