Matematika EP1, 1. zárthelyi, 2019. okt. 7. A csoport

gyakorlatvezetők: Bóka Dávid, Eper Miklós, Kói Tamás, Pintér József, Rokob Sándor, Vető Bálint

1. (4 pont) Oldjuk meg Gauss-eliminációval az alábbi egyenletrendszert.

$$\begin{aligned} 3x - 3y - 2z &= 5 \\ 3x + y - 4z &= 15 \\ 2x + 2y - 3z &= 13 \end{aligned}$$

2. (5 pont) Tekintsük az

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 5 \\ -4 & 1 & 3 \\ -3 & 2 & p \end{pmatrix}$$

mátrixot, ahol $p \in \mathbb{R}$ valós paraméter. Határozzuk meg az A mátrix determinánsát a p paraméter függvényében. A p paraméter mely értékeire létezik az A^{-1} inverzmátrix? Számítsuk ki az A^{-1} inverzmátrixot a $p = -2$ paraméterérték esetén.

3. (2+2+2 pont) Adott a térben az

$$e = \begin{cases} x = 5t - 5 \\ y = 3t \\ z = 4t - 6 \end{cases}$$

egyenes és a $2z - y = -2$ egyenletű sík.

(a) Határozzuk meg az egyenes és a sík metszéspontját.

(b) Számítsuk ki az egyenes irányvektorának és a sík normálvektorának vektoriális szorzatát.

(c) A fentiek segítségével írjuk fel annak az egyenesnek a paraméteres egyenletrendszerét, amely merőleges az e egyenesre, teljes egészében a fent megadott síkban fekszik, és átmegy e és a sík metszéspontján.

4. (5 pont) Legyen A annak a térbeli lineáris transzformációnak a mátrixa, amely az xz síkra tükröz, közben pedig az y tengely körül forgat $\pi/2$ szöggel olyan módon, hogy az x tengely pozitív felét a z tengely pozitív felébe viszi. Írjuk fel az A mátrixot, majd mátrixszorzás segítségével alkalmazzuk a transzformációt a $\underline{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ vektorra egymás után négyszer.

Matematika EP1, 1. zárthelyi, 2019. okt. 7. B csoport

gyakorlatvezetők: Bóka Dávid, Eper Miklós, Kói Tamás, Pintér József, Rokob Sándor, Vető Bálint

1. (4 pont) Oldjuk meg Gauss-eliminációval az alábbi egyenletrendszert.

$$\begin{aligned} 3x - 2y - 2z &= 13 \\ 4x - y - 3z &= 15 \\ 2x + 3y - 3z &= 5 \end{aligned}$$

2. (5 pont) Tekintsük az

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ -4 & -3 & 2 \\ 3 & -1 & p \end{pmatrix}$$

mátrixot, ahol $p \in \mathbb{R}$ valós paraméter. Határozzuk meg az A mátrix determinánsát a p paraméter függvényében. A p paraméter mely értékeire létezik az A^{-1} inverzmátrix? Számítsuk ki az A^{-1} inverzmátrixot a $p = 7$ paraméterérték esetén.

3. (2+2+2 pont) Adott a térben az

$$e = \begin{cases} x = 4t + 5 \\ y = 5t + 11 \\ z = 3t + 1 \end{cases}$$

egyenes és a $2x + 1 = z$ egyenletű sík.

(a) Határozzuk meg az egyenes és a sík metszéspontját.

(b) Számítsuk ki az egyenes irányvektorának és a sík normálvektorának vektoriális szorzatát.

(c) A fentiek segítségével írjuk fel annak az egyenesnek a paraméteres egyenletrendszerét, amely merőleges az e egyenesre, teljes egészében a fent megadott síkban fekszik, és átmegy e és a sík metszéspontján.

4. (5 pont) Legyen A annak a térbeli lineáris transzformációnak a mátrixa, amely az yz síkra tükröz, közben pedig az x tengely körül forgat $\pi/2$ szöggel olyan módon, hogy a z tengely pozitív felét az y tengely pozitív felébe viszi. Írjuk fel az A mátrixot, majd mátrixszorzás segítségével alkalmazzuk a transzformációt a $\underline{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ vektorra egymás után négyszer.