

Név: .....  
Neptun-kód: .....

ZH	1	2	3	4	5	6	7	8	9	V	Σ	jegy

### Matematika EP1 vizsga, 2019. jún. 4.

**Integrálási feladatok** (kritérium: a sikeres vizsgához az alábbi három feladatból legalább 6 pontot el kell érni)

1. Számoljuk ki az

$$\int \frac{2x}{x^2 - 4x + 8} dx$$

határozatlan integrált.

2. Mennyi az

$$\int_0^1 \left( \left( \frac{x \sqrt[3]{x}}{\sqrt{x}} \right)^{2/3} + \frac{3x^2}{\sqrt[3]{x^3 + 1}} \right) dx$$

határozott integrál értéke?

3. Mennyi a sík  $xy = 2$  és  $x + y = 3$  görbéi által határolt korlátos síkidom területe?

### Számítási feladatok

4. Legyen  $A = (3, -1, 4)$ ,  $B = (-2, 5, 6)$  és  $C = (4, -3, 2)$  a tér három adott pontja. Számoljuk ki a három pont által feszített sík normálvektorát, és írjuk fel a sík egyenletét. Számoljuk ki az  $A$  ponttól a sík normálvektorának irányában 12 egység távolságra eső egyik pont koordinátáit. Segítség: a sík normálvektora megkapható az  $ABC$  háromszög oldalainak irányába eső vektorok vektoriális szorzataként.

5. Mennyi az

$$a_n = \left( \frac{n+2}{n-1} \right)^{3-2n}$$

sorozat határértéke?

6. Adott egy  $R$  sugarú körlap, amelyből  $\alpha$  középponti szögű körcikket vágunk ki, és a körcikkből tölcsért készítünk. Rögzített  $R$  sugár mellett milyen  $\alpha$  esetén maximális a kapott tölcsér térfogata? Segítség: a kúp térfogata az alapterület és a magasság szorzatának harmada.

### Elméleti feladatok

7. Tekintsük az

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \quad \underline{c} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} \quad \underline{d} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}$$

mátrixokat és vektorokat.

- (a) Mit mondhatunk annak a kétismeretlenes két egyenletből álló lineáris egyenletrendszernek a megoldásai számáról, amelyről csak annyit tudunk, hogy az együtthatómátrixa a fenti  $A$  mátrix? Mi a helyzet akkor, ha az együtthatómátrix a fenti  $B$ ?
- (b) Hogyan pontosíthatjuk a megoldásszámra vonatkozó információkat, ha megtudjuk, hogy az egyenletrendszer jobb oldalainak vektora a fenti  $\underline{c}$  vektor? És ha a fenti  $\underline{d}$  vektor?
8. (a) Mit mond ki a Rolle-féle középértéktétel?
- (b) Tekintsük a  $[-1, 1]$  intervallumon az  $f(x) = x$ ,  $g(x) = |x|$ ,  $h(x) = x^2$ ,  $j(x) = 1/x$  függvényeket. Ezek közül melyekre alkalmazható a Rolle-tétel? Keressük meg a tétel által garantált pontot azokban az esetekben, amikor a tétel alkalmazható. Nevezzük meg, hogy a tétel melyik feltétele nem teljesül azokra a függvényekre, ahol nem alkalmazható.

9. Az

$$\int_{1/2}^1 \frac{1}{\sqrt{2x-1}} dx$$

példáján mutassuk meg, hogyan értelmezett az improprius integrál nemkorlátos integrandus esetén, majd számoljuk ki a fenti integrált.

Minden feladat 7 pontos.