

Név:
Neptun-kód:

ZH	1	2	3	4	5	6	7	8	9	V	Σ	jegy

Matematika EP1 vizsga, 2019. jún. 21.

Integrálási feladatok (kritérium: a sikeres vizsgához az alábbi három feladatból legalább 6 pontot el kell érni)

1. Parciális integrálással számoljuk ki az

$$\int (2x + 8) \sin(\pi x) dx$$

határozatlan integrált.

2. Mennyi az

$$\int_1^2 \frac{x^2 - 4x + 4}{x^2 - 6x + 9} dx$$

határozott integrál értéke?

3. Tekintsük az $f(x) = \frac{2}{3}\sqrt{x^3}$ függvény grafikonját. Mennyi a grafikon $[3, 8]$ intervallum fölé eső darabjának ívhossza?

Számítási feladatok

4. Adott a térben az

$$\begin{cases} x = 2t - 3 \\ y = 4 - t \\ z = t + 8 \end{cases}$$

egyenes és a $P = (3, 5, 9)$ pont. Határozzuk meg a pont és az egyenes távolságát az alábbi lépésekben. Először válasszuk ki az egyenes egy tetszőleges pontját, majd írjuk fel a választott pontból a P -be mutató vektort. Ezután bontsuk fel a kapott vektort az egyenes irányvektorával párhuzamos és rá merőleges komponensek összegére. A merőleges komponens hossza a keresett távolsággal egyenlő.

5. Mennyi az

$$a_n = \frac{3n^4 + 4^{n-3}}{4 \cdot 3^n - 3n^{3/4}} - \frac{3n^4 + 4^{n-3}}{2 \cdot 4^{n-2}}$$

sorozat határértéke?

6. Keressük meg azt a harmadfokú polinomot, amely az $x_0 = 0$ pontban harmadrendben érinti az $f(x) = x \cos(2x)$ függvényt, azaz f harmadfokú Taylor-polinomját a 0-ban.

Elméleti feladatok

7. Bázist alkotnak-e \mathbb{R}^3 -ban a

- (a) $(2, 2, 2), (0, 2, 2)$;
(b) $(3, 0, 0), (3, 3, 0), (3, 3, 3)$;
(c) $(4, 4, 0), (4, 0, 4), (0, 4, 4), (4, 4, 4)$

vektorok? A válaszokat indokoljuk. Segítség: gondoljunk az adott vektorok által feszített paralelepipedonra.

8. (a) Melyek az $\underline{u}, \underline{v} \in \mathbb{R}^3$ vektorok vektoriális szorzatának definiáló tulajdonságai (hossz, irány, állás)?
(b) A képletgyűjtemény alapján számoljuk ki az $\underline{u} = (5, -1, 1)$ és $\underline{v} = (4, -3, 2)$ vektorok vektoriális szorzatát, majd ellenőrizzük a definícióban szereplő merőlegességeket skaláris szorzással.
9. Legyen f a teljes \mathbb{R} számegyenesen kétszer differenciálható függvény.
- (a) Ha f konvex az (a, b) intervallumon, akkor mit mondhatunk a második deriváltjáról?
(b) Ha f konkáv az (c, d) intervallumon, akkor mit mondhatunk a második deriváltjáról?
(c) Ha f -nek inflexiós pontja van az e pontban, akkor mit mondhatunk a második deriváltjáról?
(d) Számítsuk ki, hogy az $f(x) = x^4 + 2x^3 - 36x^2 + 5x - 3$ függvény milyen intervallumokon konvex ill. konkáv, és hol van inflexiós pontja.

Minden feladat 7 pontos.