

5.

$$a_n = \frac{3n^4 + 4n^3}{4 \cdot 3^n - 3 \cdot n^{3/4}} - \frac{3n^4 + 4n^3}{2 \cdot 4^{n-2}}$$

számológép és
mennyi osztása 4^n -nel

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3 \cdot \frac{n^4}{4^n} + 4^{-3}}{4 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^n - 3 \cdot \frac{n^{3/4}}{4}} - \frac{3 \cdot \frac{n^4}{4^n} + 4^{-3}}{2 \cdot 4^{n-2}} \right) = \infty$$

$$\frac{4^{-3}}{2} = \frac{1}{8}$$

6.

$$f(x) = x \cos(2x)$$

$$f'(x) = \cos(2x) - 2x \sin(2x)$$

$$f''(x) = -2 \sin(2x) - 2 \sin(2x) - 4x \cos(2x) = -4 \sin(2x) + x \cos(2x)$$

$$f'''(x) = -4(2 \cos(2x) + \cos(2x)) - 2x \sin(2x) = -12 \cos(2x) + 8x \sin(2x)$$

$$f(0) = 0$$

$$f'(0) = 1$$

$$f''(0) = 0$$

$$f'''(0) = -12$$

$$T_{f,0}(x) = 0 + \frac{1}{1!}x + \frac{0}{2!}x^2 + \frac{-12}{3!}x^3 =$$

$$= x - 2x^3$$

7.

a) $\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}$

→ nem bázis,

mert $\mathbb{R}^3$ -ben egy bázis 3 elemű

b) $\begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}$
 $\parallel \underline{a} \parallel \underline{b} \parallel \underline{c}$

$\underline{a}, \underline{b} \in$ vektorszorost

abszolútértékileg megadják a

színtérítést, paralelipipedon

terfogatát. ~~Ha~~ ez nem 0,

akkor a vektork bázist

adja $\mathbb{R}^3$ -nak.

$$|\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}| = \begin{vmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 3 & 3 & 0 \\ 3 & 3 & 3 \end{vmatrix} = |27| = 27 \neq 0 \Rightarrow \text{bázis}$$

c) $\begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix}$
 $\parallel \underline{a} \parallel \underline{b} \parallel \underline{c} \parallel \underline{d}$

pl.: $\frac{1}{2}(\underline{a} + \underline{b} + \underline{c}) = \underline{d} \Rightarrow$ "össze függő" vektork
 $\Rightarrow$ nem frézis

8.

$\underline{u} \times \underline{v}$ berechnung eig. 3. vektor:

es merkt man $\underline{u} \times \underline{v}$ ist $\perp$ zu $\underline{u}$ und $\underline{v}$ ist $\perp$ zu $\underline{u} \times \underline{v}$ also ist $\underline{u} \times \underline{v}$ senkrecht zu $\underline{u}$ und $\underline{v}$

Parallelogramm Fläche: $|\underline{u} \times \underline{v}|$ ist Flächeninhalt

9.

$$\underline{u} = (5, -1, 1)$$

$$\underline{v} = (4, -3, 2)$$

$$\underline{w} := \underline{u} \times \underline{v} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ 5 & -1 & 1 \\ 4 & -3 & 2 \end{vmatrix} = (1, -6, -11)$$

$$\langle \underline{u}, \underline{w} \rangle = 5 \cdot 1 + (-1) \cdot (-6) + 1 \cdot (-11) = 0$$

$$\langle \underline{v}, \underline{w} \rangle = 4 \cdot 1 + (-3) \cdot (-6) + 2 \cdot (-11) = 0$$

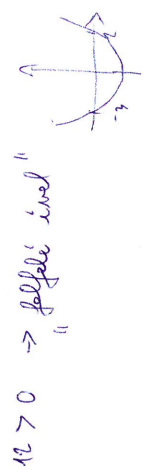
9.

a) $f'(x) \geq 0$ b) $f'(x) \leq 0$ c) $f''(x) = 0$
 $x \in [0, 6]$ $x \in [0, 6]$ $x = 0$ - Wert

d) $f(x) = x^4 + 2x^3 - 36x^2 + 5x - 3$
 $f'(x) = (4x^3 + 6x^2 - 72x + 5)' = 12x^2 + 12x - 72 = 12(x^2 + x - 6)$

$$12(x^2 + x - 6) = 0$$

$$x_{1/2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 4 \cdot (-6)}}{2} = \frac{-1 \pm 5}{2} \rightarrow x_1 = 2 \rightarrow \text{inflexionspunkt} \rightarrow x_2 = (-3)$$



$[-3, 2]$ - n. konvex
 $[-\infty, -3] \cup [2, \infty]$ - n. konkav