Matematika EP1, 1. zárthelyi pótlása, 2020. dec. 14.

Kérem, hogy a dolgozat elejére írja:
„Az alábbi dolgozatot önállóan, külső segítség nélkül készítem."
Majd írja ezt alá.
Az elkészített dolgozatot kérem lefényképezni és pdf formátumban feltölteni a https://edu.epitesz.bme.hu/ oldalon a Matematika EP1 – BMETE90AX33 mappában a 1. zárthelyi pótlásánál.

1. (4 pont) Tekintsük az

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 3 & -2 \\ 1 & 5 & 3 \\ 2 & 0 & -3 \end{pmatrix}$$

mátrixot. Határozzuk meg az A mátrix determinánsát, majd számítsuk ki az A^{-1} inverzmátrixot.

1. (4 pont) Tekintsük az

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 3 & 1 \\ 0 & -3 & 2 \\ 3 & -2 & 3 \end{pmatrix}$$

mátrixot. Határozzuk meg az A mátrix determinánsát, majd számítsuk ki az A^{-1} inverzmátrixot.

2. (2+2+1 pont) Tekintsük a térben az

$$\begin{cases} x = 8 + 2t \\ y = -t \\ z = 1 + 3t \end{cases} \qquad \begin{cases} x = 4s - 1 \\ y = 2 \\ z = s - 6 \end{cases}$$

egyenletrendszerekkel adott két egyenest. (Helyesen az első egyenesnél $x = 7 + 2t$.)

(a) Határozzuk meg a két egyenes metszéspontját.
(b) Számítsuk ki a két egyenes irányvektorának vektoriális szorzatát.
(c) Írjuk fel a két egyenes által kifeszített sík egyenletét.

2. (2+2+1 pont) Tekintsük a térben az

$$\begin{cases} x = t - 6 \\ y = 4t - 1 \\ z = 2 \end{cases} \qquad \begin{cases} x = 3s + 1 \\ y = 2s + 8 \\ z = -s \end{cases}$$

egyenletrendszerekkel adott két egyenest. (Helyesen a második egyenesnél $y = 2s + 7$.)

(a) Határozzuk meg a két egyenes metszéspontját.
(b) Számítsuk ki a két egyenes irányvektorának vektoriális szorzatát.
(c) Írjuk fel a két egyenes által kifeszített sík egyenletét.

3. (2+2+2 pont) Legyen $\underline{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$.

(a) Tekintsük az $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ vektor felbontását a $\underline{v}$-vel párhuzamos és rá merőleges komponensek összegére. Számoljuk ki ezek közül a párhuzamos komponenst.
(b) Tekintsük a $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ vektor felbontását a $\underline{v}$-vel párhuzamos és rá merőleges komponensek összegére. Számoljuk ki ezek közül a párhuzamos komponenst.
(c) Írjuk fel az $\mathbb{R}^2$ síkban a $\underline{v}$ vektor egyenesére való merőleges vetítés mátrixát.

3. (2+2+2 pont) Legyen $\underline{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

(a) Tekintsük az $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ vektor felbontását a $\underline{v}$-vel párhuzamos és rá merőleges komponensek összegére. Számoljuk ki ezek közül a párhuzamos komponenst.

(b) Tekintsük a $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ vektor felbontását a $\underline{v}$-vel párhuzamos és rá merőleges komponensek összegére. Számoljuk ki ezek közül a párhuzamos komponenst.

(c) Írjuk fel az $\mathbb{R}^2$ síkban a $\underline{v}$ vektor egyenesére való merőleges vetítés mátrixát.

4. (5 pont) Számítsuk ki az

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$$

mátrix sajátértékeit és egy-egy hozzájuk tartozó sajátvektort.

4. (5 pont) Számítsuk ki az

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

mátrix sajátértékeit és egy-egy hozzájuk tartozó sajátvektort.