

Matematika EP1, 2. zárthelyi pótlása, 2020. dec. 14.

Kérem, hogy a dolgozat elejére írja:

„Az alábbi dolgozatot önállóan, külső segítség nélkül készítem.”

Majd írja ezt alá.

Az elkészített dolgozatot kérem lefényképezni és pdf formátumban feltölteni a <https://edu.epitesz.bme.hu/> oldalon a Matematika EP1 – BMETE90AX33 mappában a 2. zárthelyi pótlásánál.

1. (5 pont) Számítsuk ki az

$$a_n = \left(\frac{(2n+1)n}{n^2-5} \right)^n$$

sorozat határértékét.

1. (5 pont) Számítsuk ki az

$$a_n = \left(\frac{3n(n-3)}{(2n)^2} \right)^n$$

sorozat határértékét.

1. (5 pont) Számítsuk ki az

$$a_n = \left(\frac{(2n+3)n}{2n^2-1} \right)^n$$

sorozat határértékét.

2. (5 pont) Számoljuk ki a

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{2+x} - \sqrt[3]{2+x}}{1+x}$$

függvényhatárértéket.

2. (5 pont) Számoljuk ki a

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - \sqrt[3]{x}}{x^2 - 1}$$

függvényhatárértéket.

2. (5 pont) Számoljuk ki a

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt[3]{x+1}}{x}$$

függvényhatárértéket.

3. (5 pont) Az $f(x) = x^3 + 3x^2 + 3x$ függvény mely pontjához húzott érintőegyenese merőleges az $x + 3y = 2$ egyenesre? Írjuk fel az érintő egyenletét is.

3. (5 pont) Az $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x$ függvény mely pontjához húzott érintőegyenese merőleges az $x + 3y = 5$ egyenesre? Írjuk fel az érintő egyenletét is.

3. (5 pont) Az $f(x) = x^3 + 6x^2 + 12x$ függvény mely pontjához húzott érintőegyenese merőleges az $x + 3y = 0$ egyenesre? Írjuk fel az érintő egyenletét is.

4. (5 pont) Csővezetékkel lefektetni a tengeri fúrótorny és a parti finomító között. A torony 5 kilométerre van a parttól, a finomítótól pedig légvonalban 13 kilométerre. A víz alatt futó vezeték költsége 500.000 dollár/km, míg a szárazföldön futó vezetéké 300.000 dollár/km. Hogyan kell megépíteni a csővezeték (hány km haladjon a tenger alatt, és mennyi a szárazföldön), hogy a költsége a legkisebb legyen? (Segítség: $5^2 + 12^2 = 13^2$.)

4. (5 pont) Csővezetékkel lefektetni a tengeri fúrótorny és a parti finomító között. A torony 5 kilométerre van a parttól, a finomítótól pedig légvonalban 13 kilométerre. A víz alatt futó vezeték költsége 500.000 dollár/km, míg a szárazföldön futó vezetéké 400.000 dollár/km. Hogyan kell megépíteni a csővezeték (hány km haladjon a tenger alatt, és mennyi a szárazföldön), hogy a költsége a legkisebb legyen? (Segítség: $5^2 + 12^2 = 13^2$.)