Matematika EP1, 2. zárthelyi, 2020. nov. 30.

Kérem, hogy a dolgozat elejére írja:
„Az alábbi dolgozatot önállóan, külső segítség nélkül készítem.”
Majd írja ezt alá.
Az elkészített dolgozatot kérem lefényképezni és pdf formátumban feltölteni a https://edu.epitesz.bme.hu/ oldalon a Matematika EP1 – BMETE90AX33 mappában a 2. zárthelyinél.

1. (5 pont) Számítsuk ki az
$$a_n = \frac{3n^2 - 8n + 6 \cdot 2^{-n}}{2n(4-3n)}$$
sorozat határértékét.

1. (5 pont) Számítsuk ki az
$$a_n = \frac{3n(n+1)(n-1)}{5n + 2 \cdot 0{,}5^n - 4n^3}$$
sorozat határértékét.

1. (5 pont) Számítsuk ki az
$$a_n = \frac{3^{-n-1} + 3n^3}{n^2(2n-3)}$$
sorozat határértékét.

1. (5 pont) Számítsuk ki az
$$a_n = \frac{(n^2+1)(n+1)}{n^2 + \frac{3}{2^n} + 8n^3}$$
sorozat határértékét.

2. (5 pont) A p valós paraméter mely értékére lesz az
$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin(x-\pi/2)}{2x-\pi} & \text{ha } x > \pi/2 \\ \frac{p}{x-\pi} & \text{ha } x \le \pi/2 \end{cases}$$
függvény mindenhol folytonos?

2. (5 pont) A p valós paraméter mely értékére lesz az
$$f(x) = \begin{cases} \frac{\ln x}{3x-3} & \text{ha } x > 1 \\ px^2 - 1 & \text{ha } x \le 1 \end{cases}$$
függvény mindenhol folytonos?

2. (5 pont) A p valós paraméter mely értékére lesz az
$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin(3x)}{\sqrt{x}} & \text{ha } x > 0 \\ 1 - p(x-1)^2 & \text{ha } x \le 0 \end{cases}$$
függvény mindenhol folytonos?

2. (5 pont) A p valós paraméter mely értékére lesz az
$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt[3]{1+x}-1}{(1+x)^2-1} & \text{ha } x > 0 \\ p(x-1) & \text{ha } x \le 0 \end{cases}$$
függvény mindenhol folytonos?

3. (4 pont) Írjuk fel az $f(x) = (2x-1)^{3/2} - 20$ függvény $x_0 = 5$ pontban húzott érintőegyenesének egyenletét.

3. (4 pont) Írjuk fel az $f(x) = \sqrt{2x+1} + 2$ függvény $x_0 = 4$ pontban húzott érintőegyenesének egyenletét.

3. (4 pont) Írjuk fel az $f(x) = \sqrt[3]{3x-1}$ függvény $x_0 = 3$ pontban húzott érintőegyenesének egyenletét.

3. (4 pont) Írjuk fel az $f(x) = (5x-3)^{2/3} - 8$ függvény $x_0 = 6$ pontban húzott érintőegyenesének egyenletét.

4. (6 pont) Vizsgáljuk meg az $f(x) = \frac{x}{(x+1)^2}$ függvényt. Határozzuk meg az értelmezési tartományát, készítsünk táblázatot, mely intervallumokon monoton növő ill. csökkenő, konvex ill. konkáv a függvény, hol vannak a lokális szélsőértékei és inflexiós pontjai. Végül vázoljuk a függvény grafikonját.

   Segítség: a deriváltakban először egyszerűsítsünk a nevezőben megjelenő tényező megfelelő hatványával, és csak ezután bontsuk fel a zárójeleket a számlálóban. A táblázat készítésekor figyeljünk arra, hogy a deriváltak olyan pontban is előjelet válthatnak, ahol a függvény nem értelmezett.

4. (6 pont) Vizsgáljuk meg az $f(x) = \frac{x}{(x-1)^2}$ függvényt. Határozzuk meg az értelmezési tartományát, készítsünk táblázatot, mely intervallumokon monoton növő ill. csökkenő, konvex ill. konkáv a függvény, hol vannak a lokális szélsőértékei és inflexiós pontjai. Végül vázoljuk a függvény grafikonját.

   Segítség: a deriváltakban először egyszerűsítsünk a nevezőben megjelenő tényező megfelelő hatványával, és csak ezután bontsuk fel a zárójeleket a számlálóban. A táblázat készítésekor figyeljünk arra, hogy a deriváltak olyan pontban is előjelet válthatnak, ahol a függvény nem értelmezett.

4. (6 pont) Vizsgáljuk meg az $f(x) = \frac{x+1}{(x-1)^2}$ függvényt. Határozzuk meg az értelmezési tartományát, készítsünk táblázatot, mely intervallumokon monoton növő ill. csökkenő, konvex ill. konkáv a függvény, hol vannak a lokális szélsőértékei és inflexiós pontjai. Végül vázoljuk a függvény grafikonját.

   Segítség: a deriváltakban először egyszerűsítsünk a nevezőben megjelenő tényező megfelelő hatványával, és csak ezután bontsuk fel a zárójeleket a számlálóban. A táblázat készítésekor figyeljünk arra, hogy a deriváltak olyan pontban is előjelet válthatnak, ahol a függvény nem értelmezett.

4. (6 pont) Vizsgáljuk meg az $f(x) = \frac{x-1}{(x+1)^2}$ függvényt. Határozzuk meg az értelmezési tartományát, készítsünk táblázatot, mely intervallumokon monoton növő ill. csökkenő, konvex ill. konkáv a függvény, hol vannak a lokális szélsőértékei és inflexiós pontjai. Végül vázoljuk a függvény grafikonját.

   Segítség: a deriváltakban először egyszerűsítsünk a nevezőben megjelenő tényező megfelelő hatványával, és csak ezután bontsuk fel a zárójeleket a számlálóban. A táblázat készítésekor figyeljünk arra, hogy a deriváltak olyan pontban is előjelet válthatnak, ahol a függvény nem értelmezett.