Matematika EP1, 1. zárthelyi, 2023. okt. 4. A csoport

1. (4 pont) Oldjuk meg Gauss-eliminációval az alábbi egyenletrendszert.

$$\begin{aligned} 2x + 5y + 2z &= -4 \\ 3x + y + 4z &= 1 \\ x - 3y + 2z &= 5 \end{aligned}$$

2. (4 pont) Számítsuk ki az

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ -2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

mátrix inverzét.

3. (2+2+2 pont) Adottak a térben az $A = (-1, 3, 2)$, $B = (3, 2, 4)$ és $C = (2, 4, 3)$ pontok.

   (a) Határozzuk meg az $\overrightarrow{AB}$ és $\overrightarrow{AC}$ vektorok vektoriális szorzatát.

   (b) Írjuk fel az A, B és C pontokat tartalmazó sík egyenletét.

   (c) A $D = (6, 3, z_D)$ pont z_D milyen értéke esetén esik a fenti síkba?

4. (4+2 pont) Tekintsük a $\underline{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$, $\underline{e}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\underline{e}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\underline{e}_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ vektorokat a térben.

   (a) Számítsuk ki a $\underline{v}$ vektornak az $\underline{e}_1$-gyel párhuzamos komponensét az $\underline{e}_1$-gyel párhuzamos és rá merőleges komponensekre való felbontásban.[1] A merőleges komponenst nem kell kiszámolni. Végezzük el ugyanezt az $\underline{e}_1$ helyett az $\underline{e}_2$ ill. $\underline{e}_3$ vektorokkal külön-külön.

   (b) A fentiek segítségével írjuk fel annak a térbeli lineáris transzformációnak a mátrixát, amely merőlegesen vetít a $\underline{v}$ vektor egyenesére.

Matematika EP1, 1. zárthelyi, 2023. okt. 4. B csoport

1. (4 pont) Oldjuk meg Gauss-eliminációval az alábbi egyenletrendszert.

$$\begin{aligned} 2x + 4y + 2z &= 2 \\ -3x + y + 5z &= 1 \\ x + 3y + 2z &= 2 \end{aligned}$$

2. (4 pont) Számítsuk ki az

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

mátrix inverzét.

3. (2+2+2 pont) Adottak a térben az $A = (-2, 1, 3)$, $B = (0, 5, 2)$ és $C = (-1, 4, 4)$ pontok.

   (a) Határozzuk meg az $\overrightarrow{AB}$ és $\overrightarrow{AC}$ vektorok vektoriális szorzatát.

   (b) Írjuk fel az A, B és C pontokat tartalmazó sík egyenletét.

   (c) A $D = (1, 8, z_D)$ pont z_D milyen értéke esetén esik a fenti síkba?

4. (4+2 pont) Tekintsük a $\underline{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$, $\underline{e}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\underline{e}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\underline{e}_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ vektorokat a térben.

   (a) Számítsuk ki a $\underline{v}$ vektornak az $\underline{e}_1$-gyel párhuzamos komponensét az $\underline{e}_1$-gyel párhuzamos és rá merőleges komponensekre való felbontásban.[1] A merőleges komponenst nem kell kiszámolni. Végezzük el ugyanezt az $\underline{e}_1$ helyett az $\underline{e}_2$ ill. $\underline{e}_3$ vektorokkal külön-külön.

   (b) A fentiek segítségével írjuk fel annak a térbeli lineáris transzformációnak a mátrixát, amely merőlegesen vetít a $\underline{v}$ vektor egyenesére.

[1] Helyesen az $\underline{e}_1$ vektor $\underline{v}$-vel párhuzamos komponensét.