Matematika EP1, 1. zárthelyi pótlása, 2024. dec. 9.

1. (4 pont) Oldjuk meg Gauss-eliminációval az alábbi egyenletrendszert.

$$\begin{aligned} 2x + 3y + 4z &= 3 \\ 2x + z &= 3 \\ x + 3y + 3z &= 1 \end{aligned}$$

2. (5 pont) Tekintsük az

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -7 & 2 \\ 1 & p & 3 \\ 2 & -5 & -1 \end{pmatrix}$$

mátrixot, ahol $p \in \mathbb{R}$ valós paraméter. Határozzuk meg az A mátrix determinánsát. A p paraméter mely értékeire létezik az A mátrix inverze. Számoljuk ki az A^{-1} inverzmátrixot abban az esetben, amikor A determinánsa 1.

3. (2+2+2 pont) Adott az

$$\begin{cases} x = 3t + 11 \\ y = -2t - 3 \\ z = 4t + 9 \end{cases}$$

egyenletrendszerű e egyenes és az $5x - y + 2z = 26$ egyenletű S sík.

(a) Határozzuk meg az e egyenes és az S sík metszéspontját.

(b) Számítsuk ki az e egyenes irányvektorának és az S sík normálvektorának vektoriális szorzatát.

(c) Írjuk fel annak a síknak az egyenletét, amely tartalmazza az e egyenest és merőleges az S síkra.

4. (5 pont) Írjuk fel annak az $\mathbb{R}^3$ térbeli lineáris transzformációnak az A mátrixát, amely tetszőleges vektorhoz annak az $x + z = 0$ síkra vett tükörképét rendeli. Ezen A mátrixszal való szorzás segítségével számoljuk ki, mit rendel a transzformáció az $\begin{pmatrix} 5 \\ -2 \\ -3 \end{pmatrix}$ vektorhoz, ill. az eredményül kapott vektorhoz.

Matematika EP1, 1. zárthelyi pótlása, 2024. dec. 9.

1. (4 pont) Oldjuk meg Gauss-eliminációval az alábbi egyenletrendszert.

$$\begin{aligned} 2x + 3y + 4z &= 3 \\ 2x + z &= 3 \\ x + 3y + 3z &= 1 \end{aligned}$$

2. (5 pont) Tekintsük az

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -7 & 2 \\ 1 & p & 3 \\ 2 & -5 & -1 \end{pmatrix}$$

mátrixot, ahol $p \in \mathbb{R}$ valós paraméter. Határozzuk meg az A mátrix determinánsát. A p paraméter mely értékeire létezik az A mátrix inverze. Számoljuk ki az A^{-1} inverzmátrixot abban az esetben, amikor A determinánsa 1.

3. (2+2+2 pont) Adott az

$$\begin{cases} x = 3t + 11 \\ y = -2t - 3 \\ z = 4t + 9 \end{cases}$$

egyenletrendszerű e egyenes és az $5x - y + 2z = 26$ egyenletű S sík.

(a) Határozzuk meg az e egyenes és az S sík metszéspontját.

(b) Számítsuk ki az e egyenes irányvektorának és az S sík normálvektorának vektoriális szorzatát.

(c) Írjuk fel annak a síknak az egyenletét, amely tartalmazza az e egyenest és merőleges az S síkra.

4. (5 pont) Írjuk fel annak az $\mathbb{R}^3$ térbeli lineáris transzformációnak az A mátrixát, amely tetszőleges vektorhoz annak az $x + z = 0$ síkra vett tükörképét rendeli. Ezen A mátrixszal való szorzás segítségével számoljuk ki, mit rendel a transzformáció az $\begin{pmatrix} 5 \\ -2 \\ -3 \end{pmatrix}$ vektorhoz, ill. az eredményül kapott vektorhoz.