

Név:.....
Neptun-kód:.....

HF	ZH	1	2	3	4	5	6	7	8	9	V	Σ	jegy
----	----	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	------

Matematika EP1 vizsga, 2024. dec. 16.

A sikeres vizsgához az integrálási feladatokból legalább 6 pontot, összesen pedig legalább 20 pontot el kell érni.

Integrálási feladatok

1. (7 pont) Az

$$\int e^x \sin(\pi - e^x) dx$$

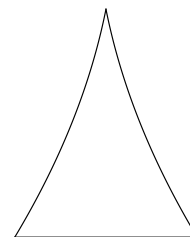
integrálban végezzük el az $u = e^x$ helyettesítést, számoljuk ki a kapott integrált, majd fejezzük ki az eredményt az eredeti x változóval.

2. (7 pont) Mennyi az

$$\int_0^1 \frac{3x^3 - 5x^2 + x - 4}{x - 2} dx$$

határozott integrál értéke?

3. (7 pont) A feldíszített karácsonyfa forgástest alakú, vízszintes keresztmetszete $2 - x$ méter magasságban $f(x) = \frac{x^2 + 2x}{10}$ sugarú kör, ha $x \in [0, 2]$. Az ábrán a fa függőleges keresztmetszete látható. Integrálással számoljuk ki a karácsonyfa térfogatát, azaz annak a forgástestnek a térfogatát, amelyet az $f(x)$ függvény grafikonjának x tengely körüli megforgatásával kapunk a $[0, 2]$ intervallumon. Az eredményt a behelyettesítés után nem kell tovább egyszerűsíteni.



Számítási feladatok

4. (5 pont) Oldjuk meg Gauss-eliminációval a

$$\begin{aligned} 3x - 8y + 4z &= 5 \\ 2x - y + 7z &= 12 \\ x - y + 3z &= 5 \end{aligned}$$

lineáris egyenletrendszer.

5. (5 pont) Mennyi a $3x + 2y - z = 3$ sík és az $Q = (7, 4, -4)$ pont távolsága?
6. (5 pont) Vizsgáljuk meg az $f(x) = \frac{1}{1+x^4}$ függvényt. Határozzuk meg az értelmezési tartományát, készítsünk táblázatot, mely intervallumokon monoton növekvő ill. csökkenő, konvex ill. konkáv a függvény, hol vannak a lokális szélsőértékei és inflexiós pontjai. Végül vázoljuk a függvény grafikonját.

Elméleti feladatok

7. (a) (3 pont) Milyen tulajdonságokkal értelmezzük két \mathbb{R}^3 -beli vektor vektoriális szorzatát (hossz, irány, állás)?

- (b) (3 pont) Számoljuk ki az $\underline{u} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}$ és $\underline{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ vektorok vektoriális szorzatát, majd skaláris szorzással ellenőrizzük az irányra vonatkozó feltételt ebben az esetben.

8. (a) (3 pont) Mit jelent az, hogy az a_n sorozat határértéke egy A valós szám?

- (b) (3 pont) Számoljuk ki az

$$a_n = \frac{3n - 1}{2n + 3}$$

sorozat határértékét, majd a határérték definíciója alapján adjunk meg egy $\varepsilon = \frac{1}{10}$ értékhez tartozó küszöbindexet.

9. (a) (3 pont) Mondjuk ki a Newton–Leibniz-tételt.

- (b) (3 pont) Az $f(x) = x^2 - 3x + 1$ függvénynek adjuk meg két különböző primitív függvényét, majd számoljuk ki az f függvény határozott integrálját a $[-1, 1]$ intervallumon kétféleképpen ezen primitív függvényekkel.