

Matematika EP1, 1. zárthelyi, 2024. szept. 30. A csoport

1. (4 pont) Oldjuk meg Gauss-eliminációval az alábbi egyenletrendszert.

$$4x - y + 6z = -3$$

$$2x + y + 5z = -3$$

$$x - 3y - 2z = 2$$

2. (2+3 pont) Tekintsük az

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 3 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \\ p & 5 & 0 \end{pmatrix}$$

mátrixot, ahol $p \in \mathbb{R}$ valós paraméter.

(a) A p paraméter mely értékére nem létezik az A mátrixnak inverze?

(b) Válasszuk p -t úgy, hogy az A mátrix determinánsa 1 legyen. Ezen választás mellett számoljuk ki az A^{-1} inverzmátrixot.

3. (2+2+2 pont) Tekintsük az

$$e = \begin{cases} x = 3t - 1 \\ y = -2t + 5 \\ z = t - 5 \end{cases} \quad f = \begin{cases} x = 2t + 7 \\ y = 4t + 5 \\ z = -3t - 6 \end{cases}$$

egyeneseket a térben.

(a) Számítsuk ki a két egyenes metszéspontját.

(b) Számoljuk ki a két egyenes irányvektorának vektoriális szorzatát.

(c) Írjuk fel a két egyenest tartalmazó sík egyenletét.

4. (5 pont) Legyen A az \mathbb{R}^3 tér azon lineáris transzformációjának a mátrixa, amely az xz síkban $\pi/2$ szöggel forgat úgy, hogy az x tengely pozitív felét a z tengely pozitív felébe viszi, az y irányban pedig $-1/2$ -szeresére zsugorít.

Írjuk fel az A mátrixot, és számoljuk ki az $\underline{u} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 5 \end{pmatrix}$ vektor képét.

Matematika EP1, 1. zárthelyi, 2024. szept. 30. B csoport

1. (4 pont) Oldjuk meg Gauss-eliminációval az alábbi egyenletrendszert.

$$2x + 5y - z = -3$$

$$x - 2y + 3z = 2$$

$$4x + 6y + z = -3$$

2. (2+3 pont) Tekintsük az

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 4 & 5 \\ 1 & 5 & 3 \\ 1 & 2 & p \end{pmatrix}$$

mátrixot, ahol $p \in \mathbb{R}$ valós paraméter.

(a) A p paraméter mely értékére nem létezik az A mátrixnak inverze?

(b) Válasszuk p -t úgy, hogy az A mátrix determinánsa 1 legyen. Ezen választás mellett számoljuk ki az A^{-1} inverzmátrixot.

3. (2+2+2 pont) Tekintsük az

$$e = \begin{cases} x = 3t - 2 \\ y = -2t + 4 \\ z = -4t + 6 \end{cases} \quad f = \begin{cases} x = t - 1 \\ y = 3t - 4 \\ z = -2t + 6 \end{cases}$$

egyeneseket a térben.

(a) Számítsuk ki a két egyenes metszéspontját.

(b) Számoljuk ki a két egyenes irányvektorának vektoriális szorzatát.

(c) Írjuk fel a két egyenest tartalmazó sík egyenletét.

4. (5 pont) Legyen A az \mathbb{R}^3 tér azon lineáris transzformációjának a mátrixa, amely az yz síkban $\pi/2$ szöggel forgat úgy, hogy a z tengely pozitív felét az y tengely pozitív felébe viszi, az x irányban pedig 3-szorosára nyújt. Írjuk

fel az A mátrixot, és számoljuk ki az $\underline{u} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$ vektor képét.