

Matematika EP1, 1. zárthelyi pótlása, 2024. máj. 27.

1. (4 pont) Oldjuk meg Gauss-eliminációval az alábbi egyenletrendszert.

$$x - 3y - 4z = 2$$

$$5x + 2z = 4$$

$$4x + y + 3z = 3$$

2. (5 pont) Számoljuk ki az

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 5 & -1 \\ 1 & 2 & -1 \\ 2 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

mátrix determinánsát és inverzét.

3. (2+2+2 pont) Tekintsük a $2x - y + 5z = -3$ és $4x + 3y + z = 19$ egyenletű síkokat.

(a) Keressük meg a két sík azon metszéspontját, amelynek z koordinátája 0.

(b) Számítsuk ki a két sík normálvektorának vektoriális szorzatát.

(c) A fentiek segítségével írjuk fel a két sík metszésvonalának paraméteres egyenletrendszerét.

4. (5 pont) Legyen A az \mathbb{R}^3 tér azon lineáris transzformációjának mátrixa, amely az xz síkban $\pi/2$ szöggel forgat olyan módon, hogy az x tengely pozitív iránya a z tengely pozitív irányába megy át, az y koordinátairányban pedig a transzformáció $1/2$ -szeresére zsugorít. Írjuk fel az A mátrixot és a

$$\underline{v} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix}$$
 vektor képét a transzformációnál.

Matematika EP1, 2. zárthelyi, 2024. máj. 27.

1. (4 pont) Számítsuk ki az

$$a_n = \frac{2^{n+3} - n^5 + 3 \cdot e^{n-1}}{7n^8 - e^n + 5^{2-3n}}$$

sorozat határértékét.

2. (5 pont) A p valós paraméter mely értékére lesz az

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2^x - 2}{x - 1} & \text{ha } x > 1 \\ px & \text{ha } x \leq 1 \end{cases}$$

függvény mindenhol folytonos?

3. (5 pont) Mekkora a magasság és az alapkör sugara abban a maximális térfogatú egyenes körkúpban, amelynek alkotója három egység hosszú?

4. (4 pont) Keressük meg azt a harmadfokú polinomot, amely az $x_0 = 0$ pontban harmadrendben érinti az $f(x) = \frac{1}{1+2x}$ függvényt, azaz f harmadfokú Taylor-polinomját a 0-ban.

5. (2 pont) Rajzoljuk fel az ábrán látható függvény deriváltját a függvény grafikonja alá. Ügyeljünk a derivált helyes előjelére.

