Matematika EP1, 1. zárthelyi, 2024. márc. 22.

1. (4 pont) Oldjuk meg Gauss-eliminációval az alábbi egyenletrendszert.

$$\begin{aligned} 4x + 7y + 7z &= 17 \\ x + 3y - 2z &= 3 \\ 3x + 7y &= 11 \end{aligned}$$

2. (5 pont) Tekintsük az

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ -2 & 3 & 1 \\ 2 & 5 & 4 \end{pmatrix}, \qquad \underline{v} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

mátrixot és vektort. Számítsuk ki az A mátrix determinánsát és inverzét majd az $A^{-1}\underline{v}$ szorzatot.

3. (2+2+2 pont) Számoljuk ki az

$$e = \begin{cases} x = 3t + 1 \\ y = -t + 1 \\ z = 4t + 1 \end{cases} \qquad f = \begin{cases} x = 2t + 5 \\ y = -2t + 1 \\ z = 3t + 2 \end{cases}$$

kitérő egyenesek távolságát az alábbi lépésekben.

   (a) Számítsuk ki a két egyenes irányvektorának vektoriális szorzatát.
   (b) Írjuk fel annak az S síknak az egyenletét, amelynek normálvektora a fenti vektoriális szorzat, és amely tartalmazza az e egyenes egy (ezért minden) pontját.
   (c) Számoljuk ki az f egyenes egy pontjának távolságát S-től, amely éppen e és f távolsága.

4. (5 pont) Legyen A az $\mathbb{R}^2$ sík azon lineáris transzformációjának a mátrixa, amely az $y = x$ egyenesre tükröz, B pedig az $x + y = 0$-ra való tükrözés mátrixa. Írjuk fel az A és B mátrixokat. Mutassuk meg, hogy a két transzformáció felcserélhető, azaz teljesül az $AB = BA$ egyenlőség.

Matematika EP1, 1. zárthelyi, 2024. márc. 22.

1. (4 pont) Oldjuk meg Gauss-eliminációval az alábbi egyenletrendszert.

$$\begin{aligned} 4x + 7y + 7z &= 17 \\ x + 3y - 2z &= 3 \\ 3x + 7y &= 11 \end{aligned}$$

2. (5 pont) Tekintsük az

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ -2 & 3 & 1 \\ 2 & 5 & 4 \end{pmatrix}, \qquad \underline{v} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

mátrixot és vektort. Számítsuk ki az A mátrix determinánsát és inverzét majd az $A^{-1}\underline{v}$ szorzatot.

3. (2+2+2 pont) Számoljuk ki az

$$e = \begin{cases} x = 3t + 1 \\ y = -t + 1 \\ z = 4t + 1 \end{cases} \qquad f = \begin{cases} x = 2t + 5 \\ y = -2t + 1 \\ z = 3t + 2 \end{cases}$$

kitérő egyenesek távolságát az alábbi lépésekben.

   (a) Számítsuk ki a két egyenes irányvektorának vektoriális szorzatát.
   (b) Írjuk fel annak az S síknak az egyenletét, amelynek normálvektora a fenti vektoriális szorzat, és amely tartalmazza az e egyenes egy (ezért minden) pontját.
   (c) Számoljuk ki az f egyenes egy pontjának távolságát S-től, amely éppen e és f távolsága.

4. (5 pont) Legyen A az $\mathbb{R}^2$ sík azon lineáris transzformációjának a mátrixa, amely az $y = x$ egyenesre tükröz, B pedig az $x + y = 0$-ra való tükrözés mátrixa. Írjuk fel az A és B mátrixokat. Mutassuk meg, hogy a két transzformáció felcserélhető, azaz teljesül az $AB = BA$ egyenlőség.