Matematika EP3 1. zárthelyi
2017. okt. 10.

1. Illesszünk köbös csonkolt spline-t a $(0,3),(1,2),(2,1)$ pontokra, azaz keressük meg azokat a b_0, b_1, c_1, c_2, c_3 konstansokat, amelyekkel az
$$s(x) = b_0 + b_1 x + c_1 x_+^3 + c_2 (x-1)_+^3 + c_3 (x-2)_+^3$$
függvény átmegy az adott pontokon, továbbá lineáris a $(-\infty, 0]$ és $[2, \infty)$ intervallumokon.

2. A húrmódszer segítségével keressük meg a $2^x + x = 2$ egyenlet megoldását három tizedesjegy pontossággal. Induljunk ki a $[0,1]$ intervallumól és három tizedesjegy pontossággal számoljunk. A húrmódszert addig alkalmazzuk, amíg a kapott x értékre a fenti egyenlet két oldala legalább három tizedesjegy pontossággal meg nem egyezik.

3. Oldjuk meg az
$$\begin{aligned} x + 2y + 4z &= 6 \\ 3x + 8y + 14z &= 0 \\ 2x + 6y + 13z &= -3 \end{aligned}$$
egyenletet a trianguláris felbontás módszerével, azaz keressünk olyan L alsóháromszög-mátrixot és U felsőháromszög-mátrixot, amelyekkel a fenti egyenletrendszer az
$$LU\underline{x} = \underline{b}$$
vektoregyenletté írható át. A felbontás segítségével számoljuk ki az ismeretlenek értékét.

4. Tekintsük az
$$x^2 y'' - 3xy' + 3y = 0$$
homogén lineáris másodrendű differenciálegyenletet. Deriválással ellenőrizzük, hogy az $y_1(x) = x$ függvény kielégíti az egyenletet. Ekkor ennek konstansszorosai is megoldások. A konstans variálásának módszerével keressük meg az egyenlet másik $y_2(x)$ alapmegoldását, amellyel az egyenlet összes megoldása $c_1 y_1(x) + c_2 y_2(x)$ alakban írható. Segítség: a $c(x)$ függvényre adódó egyenlet megoldásához írjuk át az egyenletet a $d(x) = c'(x)$ függvény segítségével, majd oldjuk meg a kapott szétválasztható változójú egyenletet.

Minden feladat 15 pontos, 50 pont elérése számít 100%-nak.