

Feladatmegoldó szeminárium 1.

12. óra

2013. 12. 4.

1. 25 mérges manó közül mindegyiknek legfeljebb három haragosa van a többiek között. A haragosság kölcsönös. Bizonyítsuk be, hogy a manók elhelyezhetők egy 5×5 -ös tábla mezőin úgy, hogy egymással haragos manók ne kerüljenek élszomszédos mezőkre.

2. Tekintsük az

$$f(x) + f(y) = f(x + y) \quad \forall x, y \in \mathbb{R}$$

Cauchy-féle függvényegyenletet. Mutassuk meg, hogy az $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ folytonos függvények közül egyedül az $f(x) = cx$ elégíti ki, ahol $c \in \mathbb{R}$ konstans.

3. Mutassuk meg, hogy az e irracionális szám.
4. Mi lehet a $(2 + \sqrt{3})^{100}$ szám 29-edik jegye a tizedesvessző után?
5. Bizonyítsuk be, hogy ha egy 6×6 -os tábla le van fedve 1×2 -es dominókkal, akkor van olyan rácsegyenes, amely nem vág ketté dominót.
6. Mutassuk meg, hogy a 9-es számjegyet nem tartalmazó számok reciprokösszege véges?

Beadandó feladatok

37. Van-e olyan konvex poliéder, amelyet pontosan 13 háromszöglap határol? (3 pont)
38. Fedjünk le egy 6×5 -ös táblát 1×2 -es dominókkal úgy, hogy ne legyen olyan rácsegyenes, amely nem vág ketté dominót? (3 pont)
39. Egy 50 fős társaságban mindenkinek legfeljebb három haragosa van a többiek közül. A haragosság kölcsönös. A társaság kirándulni megy két 30 fős busszal. Szétoszthatók-e az emberek a két buszba úgy, hogy mindenki csak legfeljebb egy haragosával kerüljön egy buszra? (5 pont)