

Feladatmegoldó szeminárium 1.

13. óra

2013. 12. 11.

1. Egy varázsló bezárt végtelen sok manót egy börtönbe. Mindenkinél a fejére rávarázsol egy sapkát és mindenki csak úgy juthat ki, ha az eltalálja a fején lévő sapka színét (egyszerre kell tippelniük). Azonban, ha valaki megnézi a sapkáját vagy megmondja a másinak mi van a fején, akkor a bűbáj azonnal kővé változtatja. Tippelés előtt megbeszélhetnek egy stratégiát. Mutassuk meg, hogy tudnak úgy tippelni, hogy legfeljebb véges sokan tévedjenek.
 2. Meddig lóghat ki egy kártyavár az asztalról? Avagy építsünk kártyavárat úgy, hogy minden adott $l > 0$ -re van olyan N lapból álló pakli, hogy belőle épített kártyavár széle l méterre van az asztal szélétől, amin a kártyavár áll.
 3. Van egy kép a falon. Olyan furcsán van fellógatva két szögére, hogy akármelyik szöget kiveszem a kép leesik a falról. Hogyan lehetséges ez?
 4. Ottó egy sivatagi expedíciót szeretne szervezni. Ottó tudja, hogy a sivatagon átkelni legfeljebb 150 nap. A kulacsa azonban véges, benne 1 napra elegendő víz lehet. Viszont felvehet a sivatag szélén lévő városban segítők (akárhányat), akik elviszik a számára szükséges vizet. A segítők kulacsába is egy napra elegendő víz lehet legfeljebb. Át tud-e jutni sivatagon, ha
 - (a) lehet lerakatokat készíteni.
 - (b) vizet csak kulacsból kulacsba lehet önteni.
- Fontos az is, hogy nem szeretnénk, ha a segítők szomjan halnának.
5. Tegyük fel, hogy adott egy végtelen négyzetrács, és a vízszintes tengely alatt minden négyzetbe tettünk egy korongot. Egy megengedett lépés a következő ha egy sorban vagy egy oszlopban két korong egymás mellett van és az egyik mellett van egy szabad hely, akkor a másikkal „átugorhatjuk” az előbbi a szabad pozícióba kerülve. Amelyiket átugrottuk azt levesszük. Fel lehet-e jutni akármilyen magasra így?
 6. Van egy nem feltétlen szabályos érménk, amely p valószínűséggel fejet ad, és $1-p$ -vel írást. Állítsunk elő $1/2$ valószínűségű eseményt!

Beadandó feladatok

40. A síkon az origóból kiindulva egy rozsomák szalad állandó (de ismeretlen) sebességgel. Tudjuk, hogy a sebessége egy fix valós vektor. Mi minden perc elteltével ledobhatunk egy $1\text{m} \times 1\text{m}$ nagyságú csapdát, ami az éppen ott található állatokat befogja. El tudjuk-e kapni a rozsomákot véges idő elteltével, ha tudjuk, hogy mikor indult, és először az első perc végén dobhatunk le csapdát? (3 pont)
41. Adott 7 pont az egységkörlapon. Igazoljuk, hogy kiválasztható közülük kettő, melyek távolsága legfeljebb 1 egység. (3 pont)
42. A feladat teljesen ugyanaz, mint a feladatsor 5-ös feladata, de most lehet átlósan is lépni. (5 pont)