

Mélységi keresés

Algoritmuselmélet

10. gyakorlat

2013. április 26.

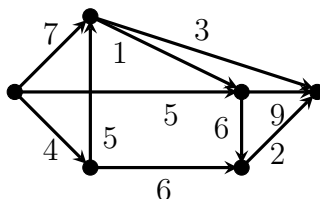
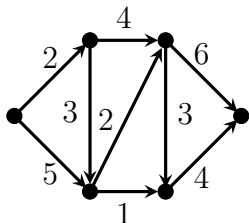
1. Éllistájukkal adottak az alábbi G_1 és G_2 irányított gráfok.

$G_1 : a : b, c; b : d; c : d; d : e; e : a$

$G_2 : a : g, f; b : a, g; e : c, d; f : e; g : f, e$

- (a) Döntsük el mélységi bejárás segítségével, hogy ezek a gráfok aciklikusak-e?
(b) Amelyik gráf aciklikus, abban adjunk meg egy topologikus sorrendet.

2. Határozzuk meg a következő gráfok által szemléltetett tevékenységhez szükséges időt!



3. Bizonyítsuk be, hogy minden $G = (V, E)$ irányított gráf felbontható két DAG-ra; pontosabban az élhalmazának van olyan E_1, E_2 partíciója ($E = E_1 \cup E_2$ és $E_1 \cap E_2 = \emptyset$), hogy a $G_1 = (V, E_1)$ és a $G_2 = (V, E_2)$ gráfok DAG-ok!
4. Adj $O(ne)$ futásidejű algoritmust, ami eldönti, hogy van-e egy irányított gráfban olyan u, v pontpár, hogy u -ból v -be két különböző irányított út is vezet.
5. Cirkuszi akrobaták egymás vállára állva minél nagyobb tornyot szeretnének létrehozni (a toronyban minden szinten csak egy akrobata lesz). Esztétikai és gyakorlati szempontok miatt egy ember vállára csak olyan állhat, aki nála alacsonyabb és könnyebb is. A cirkuszban n akrobata van, adott mindegyikük magassága és súlya. Adjon algoritmust, amely $O(n^2)$ lépésben megadja a lehetséges legtöbb emberből álló torony összeállítását.
6. Van b darab borítékunk, az i -ediknek a hossza h_i , a magassága m_i . Az i -edik borítékba akkor tudjuk berakni a j -edik borítékot, ha $h_j < h_i$ és $m_j < m_i$ is teljesül (nem forgatjuk és nem is hajtogatjuk a borítékokat). Célunk, hogy minél hosszabb olyan láncot alakítsunk ki, hogy az i -edikben benne van a j -edik, abban a k -edik, stb. Legyen adott egy $L > 0$ egész és a h_i és m_i számok. Hogyan lehet $O(b^2)$ lépésben eldönteni, hogy kialakítható-e a borítékokból egy L hosszú lánc?
7. Bizonyítsd be, hogy egy DAG-ban, van két pont, hogy köztük egyik irányban sem vezet út, akkor van olyan topologikus rendezés, amiben egymás mellé kerülnek.
8. Egy falutörténet írója n korábbi lakosról gyűjtött információkat. A kérdésekre kapott válaszok a következő típusúak voltak.

- S_i személy meghalt S_j születése előtt;
- S_i személy élete során született S_j ;
- S_i személy korábban született, mint S_j ;
- S_i korábban halt meg, mint S_j .

Egy S_i, S_j párra nem biztos, hogy szerepel minden választípus, és olyan pár is lehet, amely egyetlen válaszban sem szerepel együtt. Mivel az emberek időnként rosszul emlékeznek, nem biztos, hogy minden információ helyes. Adjon algoritmust, amivel k db fenti típusú válaszról $O(n + k)$ lépésben eldönthető, hogy van-e közöttük ellentmondás.

9. Bankunk k féle valutával foglalkozik. Valaki megsúgta nekünk az elkövetkező n napra, hogy melyik nap mi lesz az átváltási arány az egyes valuták között, azaz adottak a $t(m, i, j)$ számok, amelyek azt mutatják, hogy az m -edik napon az i -edik valuta egy egységéért mennyit adnak a j -edik valutából ($1 \leq m \leq n$ és $1 \leq i, j \leq k$). Azt szeretnénk tudni, hogyan lesz az n -edik nap végére a lehető legtöbb forintunk az első nap meglévő 10000 forintunkból. Adjon algoritmust, ami ezt meghatározza, feltéve, hogy minden nap legfeljebb egy átváltást végezhetünk és ha átváltunk, akkor mindig a teljes meglévő összeget váltjuk át. Tegyük fel, hogy az átváltásnak nincs külön költsége. Az algoritmus lépésszáma legyen $O(nk^2)$.