

Véges automaták

Algoritmuselemélet

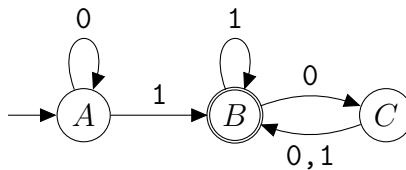
2019. tavasz

2. gyakorlat

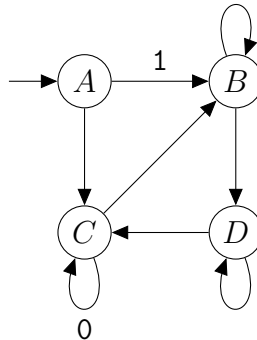
Reguláris nyelv

Egy L nyelvet regulárisnak nevezünk, ha létezik olyan M véges automata, ami éppen az L nyelvet fogadja el, azaz $L(M) = L$.

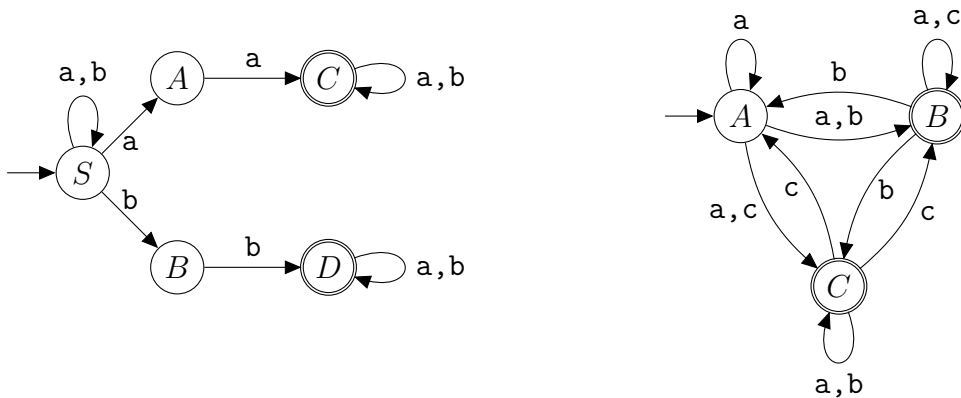
1. Legyen $\Sigma = \{0, 1\}$. Mely szavakat fogadja el ez az automata?



2. A hiányzó információkkal egészítse ki úgy ezt a $\{0, 1\}$ bemeneti ábécével rendelkező véges automatát, hogy determinisztikus legyen és az általa elfogadott L nyelvre teljesüljön, hogy $0 \in L$, $1 \in L$, $11 \notin L$ és $110 \in L$. Meghatározzák-e teljesen ezek a feltételek a determinisztikus véges automatát?



3. Legyen $\Sigma = \{0, 1\}$. Adjunk meg egy determinisztikus véges automatát, amely azokat a szavakat fogadja el, amelyekben
 - (a) páros sok nulla és páratlan sok egyes van;
 - (b) nem szerepel a 001 részszó;
 - (c) pontosan egyszer szerepel a 010 részszó (például ilyen a 0100110 szó, de nem ilyenek a 001, 010010 és a 01010 szavak);
 - (d) nincs 3 közvetlen egymás mellett álló 0 és nincs 3 közvetlen egymás mellett álló 1 sem.
4. Legyen $\Sigma = \{a, b\}$. Egy determinisztikus véges automatában a kezdő állapotból indulva az 5 hosszú és a 12 hosszú csupa a betűből álló szó is ugyanabban a q állapotban ér véget. Igazoljuk, hogy végtelen sok különböző szó van, ami szintén q -ban ér véget!
5.
 - (a) Mindkét nemdeterminisztikus véges automatára adjuk meg a **baabab** szóhoz tartozó számítási fát!
 - (b) A tanult eljárással készítsünk belőlük determinisztikus véges automatát!
 - (c) Milyen nyelvet fogadnak el ezek a véges automaták?



6. Adjunk olyan nemdeterminisztikus véges automatát, amely azokat a szavakat fogadja el, amiben szerepel az 10100 részszó!
7. Az M egy nemdeterminisztikus véges automata, melynek állapotai $\{q_0, q_1, \dots, q_9\}$, az ábécé $\Sigma = \{a, b\}$. Ebből az automatából a tanult eljárással állt elő az M' determinisztikus véges automata, aminek két állapotátmenete

$$(\{q_1, q_2, q_5\}, a) \rightarrow \{q_2, q_3, q_5\}, \quad (\{q_1, q_4\}, a) \rightarrow \{q_4, q_5\}$$

Mi lehet M -ben a δ állapotátmeneti függvény értéke az alábbi helyeken? (Az összes lehetőséget adjuk meg!)

- (a) $\delta(q_1, a)$
 (b) $\delta(q_4, a)$
8. Egy nemdeterminisztikus véges automatának 8 állapota van, ezekből 2 elfogadó. Tudjuk, hogy minden állapot elérhető a kezdőállapotból.
- (a) Igazoljuk, hogy ha a tanult módon determinisztikus automatát készítünk belőle, akkor a kapott véges automatában az elfogadó állapotok száma nem több mint $3 \cdot 2^6$.
 (b) Mutassunk olyan példát, amikor a kapott determinisztikus véges automatában csak egy elfogadó állapot lesz (csak egy érhető el a kezdőállapotból)!
9. Legyen az ábécé $\Sigma = \{0, 1\}$ és M egy olyan hiányos (determinisztikus) véges automata, aminek 5 állapota és 8 átmenete van. Ha a tanult módon kiegészítjük M -et, akkor a kapott új automatának hány állapota és hány átmenete lesz?
10. Az L_k nyelv álljon az olyan $\Sigma = \{a, b\}$ szavakból, amelyekben hátulról számítva a k -edik karakter b .
- (a) Mutassuk meg, hogy minden $k \geq 1$ egész esetén létezik az L_k nyelvet elfogadó, $k + 1$ állapotú nemdeterminisztikus véges automata!
 (b) Mutassuk meg, hogy minden, az L_k nyelvet elfogadó determinisztikus véges automatának legalább 2^k állapota van!
11. Bizonyítsuk be, hogy minden nemdeterminisztikus véges automata átalakítható úgy, hogy ugyanazt a nyelvet ismerje fel, de pontosan egy elfogadó állapota legyen.
12. Egy L nyelvből az L^R nyelvet úgy kapjuk, hogy minden L -beli szót megfordítunk, azaz fordított sorrendben írjuk le a karaktereket. Bizonyítsuk be, hogy ha L reguláris, akkor L^R is az.
13. Igazoljuk, hogy az

$$L = \{w : w = xy, x \in \{a, b\}^*, y \in \{c, d\}^*, |x| = |y|\}$$

nyelv nem reguláris.