

Reguláris kifejezések, környezetfüggetlen nyelvtanok

Algoritmuselmélet

2019. tavasz

3. gyakorlat

Reguláris kifejezések

Tetszőleges Σ ábécé esetén a reguláris kifejezések a következők: \emptyset , ε , minden $a \in \Sigma$ betű, valamint ha r_1 és r_2 reguláris kifejezések, akkor $r_1 + r_2$, $r_1 r_2$ és r_1^* is azok.

1. Legyen $\Sigma = \{a, b\}$ és álljon L azokból a szavakból, melyekben az a és a b betűk száma megegyezik. Reguláris-e ez az L nyelv?
2. Álljon az ábécé a nyitó és a csukó zárójelből. Igazoljuk, hogy a helyes zárójelsorozatokból álló nyelv nem reguláris!
3. Igazolja, hogy az alábbi nyelv reguláris!

$$L = \{w \in \{0, 1\}^* : w = xpy, x, p, y \in \{0, 1\}^* \text{ és } p \text{ egy legalább 2 hosszú palindrom}\}$$

4. Reguláris-e az a nyelv, ami az olyan csupa 0 sorozatokból áll, amelyeknek a hossza
 - (a) négyzetszám;
 - (b) kettőhatvány?
5. Legyen az ábécé $\Sigma = \{0, 1\}$. Határozzuk meg az alábbi reguláris kifejezésekhez tartozó nyelveket!
 - (a) $(0 + 1)^* 011(0 + 1)^*$
 - (b) $1(0 + 1)^* 0$
 - (c) $((0 + 1)(0 + 1))^*$
 - (d) $((0 + 00)11^*)^*$
6. Adjunk olyan reguláris kifejezéseket, amelyek rövidebbek az itt szereplőknél, de ugyanazt a nyelvet írják le!
 - (a) $(0 + \varepsilon)^*$
 - (b) $((0 + \varepsilon)(0 + \varepsilon))^*$
 - (c) $(0 + 1)^* 01(0 + 1)^* + 1^* 0^*$
7. Adjunk reguláris kifejezést azokra a nyelvekre, amelyek a $\{0, 1\}$ ábécé felett a következő szavakból állnak!
 - (a) 0-val kezdődő és páratlan hosszú, valamint 1-gyel kezdődő és páros hosszú szavak
 - (b) páros sok 0-t tartalmazó szavak
 - (c) olyan szavak, amelyekben az 1-esek száma 3-mal osztva 1 maradékot ad
 - (d) a 00 és a 01 részsót tartalmazó szavak (például ilyen a 001 szó is)
 - (e) olyan nemüres szavak, amelyeknél a páros pozíciókban mindenhol 1 van
 - (f) 110 részsót nem tartalmazó szavak
8. Határozzuk meg az alábbi környezetfüggetlen nyelvtanok által generált nyelveket!
 - (a) $S \rightarrow A \mid B \quad A \rightarrow 0A1 \mid 01 \quad B \rightarrow 1B0 \mid 10$
 - (b) $T \rightarrow TT \mid aTb \mid bTa \mid a \mid \varepsilon$

$$(c) S \rightarrow A \quad A \rightarrow AAA \mid BaB \quad B \rightarrow BB \mid \mathbf{b} \mid \varepsilon$$

9. Adjunk környezetfüggetlen nyelvtant a következő nyelvekhez!

(a) az 5. feladatban szereplő nyelvek

(b) helyes zárójelezések nyelve

$$(c) L = \{w : w = xy, x \in \{\mathbf{a}, \mathbf{b}\}^*, y \in \{\mathbf{c}, \mathbf{d}\}^*, |x| = |y|\}$$

$$(d) L = \{\mathbf{a}^n \mathbf{b}^n \mathbf{a}^m \mathbf{c}^m \mid n \geq 0, m \geq 0\}$$

$$(e) L = \{0^i 1^j 0^k \mid i, j, k \geq 0, j > i + k\}$$

$$(f) L = \{\mathbf{a}^k \mathbf{b}^n \mid k = n \geq 0 \text{ vagy } k \geq n + 2 \geq 2\}$$

$$(g) L = \{\mathbf{a}^n \mathbf{b}^m \mid n \neq m \text{ és } n, m \geq 1\}$$

$$(h) L = \{\mathbf{a}^i \mathbf{b}^j \mathbf{c}^k \mid i - k = j, i, j, k \geq 0\}$$