

Környezetfüggetlen nyelvtanok, veremautomaták

Algoritmuselemélet

2019. tavasz

4. gyakorlat

1. Tekintsük a következő nyelvtant.

$$S \rightarrow AB \quad A \rightarrow 0A1 \mid 01 \quad B \rightarrow 1B0 \mid 10$$

- (a) Adjunk meg egy levezetési fát és egy bal-levezetést a 001110 szóhoz.
- (b) Határozzuk meg a nyelvtan által generált nyelvet.

2. Tekintsük a következő nyelvtant.

$$S \rightarrow AS \mid A \quad A \rightarrow 0A1 \mid 01$$

- (a) Adjunk meg egy levezetési fát és egy bal-levezetést a 01010011 szóhoz.
- (b) Határozzuk meg a nyelvtan által generált nyelvet.

3. Adjunk meg két különböző levezetési fát az $a + a * a + a$ szóhoz az alábbi nyelvtanban!

$$E \rightarrow E + E \mid T \quad T \rightarrow T * T \mid a$$

4. Tekintsük a következő nyelvtant.

$$E \rightarrow E + E \mid E * E \mid (E) \mid a$$

Igaz-e, hogy az alábbi szavak egyértelműen levezethetők a nyelvtanból?

- (a) $a * a + a$
- (b) $a + a + a$

5. Egyértelműek-e az alábbi nyelvtanok?

- (a) $S \rightarrow XX \quad X \rightarrow Y0Y \quad Y \rightarrow YY \mid 11 \mid \varepsilon$
- (b) $S \rightarrow aB \mid Ab \quad A \rightarrow aAB \mid a \quad B \rightarrow ABb \mid b$
- (c) $A \rightarrow AA \mid B \quad B \rightarrow aBb \mid ab$
- (d) $S \rightarrow aS \mid aSbS \mid c$

6. Egyértelműek-e az alábbi nyelvtanok? Egyértelműek-e az általuk generált nyelvek?

- (a) $S \rightarrow aSa \mid bSb \mid aa \mid bb \mid a \mid b$
- (b) $S \rightarrow TT \mid U \quad T \rightarrow 0T \mid T0 \mid \# \quad U \rightarrow 0U00 \mid \#$

7. Mutassuk meg, hogy az $A \rightarrow A + A \mid b$ nyelvtan nem egyértelmű, de az általa generált nyelv egyértelmű.

8. Adjunk meg az alábbi nyelvekhez egyértelmű Környezetfüggetlen nyelvtant.

- (a) $L = \{a^n b^n \mid n \geq 0\}$
- (b) $L = \{a^n b^{2n} \mid n \geq 0\}$
- (c) az $\{a, b\}$ feletti palindromok nyelve

9. Legyen az ábécé $\Sigma = \{0, 1\}$, a veremautomata állapotai $Q = \{A, B, C\}$, amiből A a kezdőállapot és C az egyetlen elfogadó állapot, továbbá Z a verem kezdő szimbóluma. A veremautomata állapotátmeneti függvénye a következő.

$$\begin{aligned} \delta(A, 0, \varepsilon) &= \{(A, a)\}, & \delta(A, 1, \varepsilon) &= \{(A, b)\}, & \delta(A, \varepsilon, \varepsilon) &= \{(B, \varepsilon)\}, \\ \delta(B, 0, a) &= \{(B, \varepsilon)\}, & \delta(B, 1, b) &= \{(B, \varepsilon)\}, & \delta(B, \varepsilon, Z) &= \{(C, \varepsilon)\} \end{aligned}$$

- (a) Adjuk meg a lehetséges számításokat a 010 szó esetén.
- (b) Elfogadja-e az automata a 0110 szót?
- (c) Mi az automata által elfogadott nyelv?
- (d) Adjunk meg ehhez a nyelvhez egy környezetfüggetlen nyelvtant.

10. A q_0 kezdőállapotú veremautomata veremében kezdetben a Z szimbólum van és (többek között) érvényesek a következő átmenetek.

$$\delta(q_0, a, \varepsilon) = (q_0, A), \quad \delta(q_0, a, A) = (q_1, B), \quad \delta(q_0, b, A) = (q_2, A), \quad \delta(q_1, b, B) = (q_1, \varepsilon)$$

Adjuk meg a veremautomata összes lehetséges számítását a $w = aab$ szón, ha feltesszük, hogy eközben a felsorolt átmeneteken kívül más nem alkalmazható!

A q_0, q_1, q_2 állapotok közül melyik kell, hogy elfogadó legyen és melyik nem, ha azt akarjuk, hogy a w szót a veremautomata elfogadja, de a $w' = aa$ szót ne?

11. Adjunk meg az alábbi nyelvekhez veremautomatát.

- (a) az $\{a, b\}$ feletti palindromok nyelve
- (b) a helyes zárójelezések nyelve
- (c) $L = \{a^i b^j c^k \mid i, j, k \geq 0 \text{ és } i + j = k\}$
- (d) $L = \{a^i b^j c^k \mid i, j, k \geq 0 \text{ és } j + k = i\}$
- (e) $L = \{a^i b^j c^k \mid i, j, k \geq 0 \text{ és } i + k = j\}$
- (f) $L = \{a^n b^m \mid 2n = m \geq 1\}$
- (g) $L = \{a^n b^m \mid 1 \leq n \leq m \leq 2n\}$
- (h) $L = \{a^n b^m \mid 0 \leq n - 2 \leq m \leq n\}$
- (i) $L = \{(ab)^n (a + b)^{2n} \mid n \geq 0\}$

12. Tekintsük az alábbi egyértelmű nyelvtant az aritmetikai kifejezésekre.

$$E \rightarrow E + T \mid T \quad T \rightarrow T * F \mid F \quad F \rightarrow (E) \mid a$$

- (a) Adjunk meg az $a + a * a * a + a$ szóhoz egy levezetési fát.
- (b) Ha a levezetési fa alapján számoljuk ki a kifejezés értékét, akkor milyen sorrendben végezzük el a műveleteket?
- (c) Egészítsük ki a nyelvtant úgy, hogy a kivonás is szerepeljen benne.
- (d) Mi lesz ennél a nyelvtannál az $a - a + a - a$ levezetési fája? Mi a műveletek sorrendje?