

Veremautomaták, Turing-gépek

Algoritmuskészítés

2019. tavasz

5. gyakorlat

- Készítsünk veremautomatát az $S \rightarrow aSa \mid bSb \mid aa \mid bb \mid a \mid b$ nyelvtanból és adjunk meg az **ababa** szóhoz egy elfogadó számítást, ha van ilyen.
- Igazoljuk, hogy az alábbi nyelvek környezetfüggetlenek.
 - $\{x\#y \mid x, y \in \{0, 1\}^*, |x| \neq |y|\}$
 - $\{x\#y \mid x, y \in \{0, 1\}^*, x, y \neq \varepsilon, x_1 \neq y_1\}$
 - $\{x\#y \mid x, y \in \{0, 1\}^*, \exists i \leq \min(|x|, |y|) : x_i \neq y_i\}$
 - $\{x\#y \mid x, y \in \{0, 1\}^*, x \neq y\}$
- Legyen L_r egy tetszőleges reguláris nyelv és legyenek L_c, L'_c tetszőleges környezetfüggetlen nyelvek.
 - Mutassunk olyan példát, amikor $L_r \cap L_c$ nem reguláris.
 - Igazoljuk, hogy $L_r \cup L_c$ mindig környezetfüggetlen.
 - Mutassunk olyan példát, amikor $L_c \cap L'_c$ nem környezetfüggetlen.
 - Igazoljuk, hogy $L_c \cup L'_c$ mindig környezetfüggetlen.
- Legyen L egy környezetfüggetlen nyelv. Igazoljuk, hogy van olyan M veremautomata, ami az $x \notin L$ szavakat nem fogadja el és minden $x \in L$ szót úgy fogad el, hogy az elfogadásakor M verme teljesen üres.
- Legyen $\Sigma = \{1\}$, és tekintsük azt az egyszalagos Turing-gépet, amelynek az átmeneti függvénye

$$\delta(q_0, 1) = (q_1, 1, J), \quad \delta(q_0, *) = (q_2, *, J), \quad \delta(q_1, 1) = (q_3, 1, J), \quad \delta(q_3, 1) = (q_0, 1, J),$$
 ahol $*$ jelöli az üres jelet, továbbá a kezdő állapot q_0 , elfogadó állapot pedig a q_3 . Mi a gép által elfogadott nyelv?
- A 2-szalagos M Turing-gép átmeneti függvényét a következő táblázat írja le, ahol $*$ jelöli a szalagon az üres jelet és q_0 a kezdő állapotot.

állapot	1. szalag	2. szalag	1. szalag	2. szalag	új állapot
q_0	0	*	0 H	X J	q_1
	1	*	1 H	X J	q_1
	*	*	* H	* H	q_5
q_1	0	*	0 J	0 J	q_1
	1	*	1 J	1 J	q_1
	*	*	* H	* B	q_2
q_2	*	0	* H	0 B	q_2
	*	1	* H	1 B	q_2
	*	X	* B	X J	q_3
q_3	0	0	0 H	0 J	q_4
	1	1	1 H	1 J	q_4
q_4	0	0	0 B	0 H	q_3
	0	1	0 B	1 H	q_3
	1	0	1 B	0 H	q_3
	1	1	1 B	1 H	q_3
	0	*	0 H	* H	q_5
	1	*	1 H	* H	q_5

- (a) Mi a 2. szalag tartalma, amikor a gép a q_2 állapotba kerül?
 - (b) Mi az $L(M)$ nyelv, ha q_5 az egyetlen elfogadó állapot?
 - (c) Legfeljebb hány lépést tehet a gép egy n hosszú bemeneten, mielőtt megáll?
7. Adjunk Turing-gépet a $\{w\#w : w \in \{0,1\}^*\}$ nyelvhez! Adjunk felső becslést a Turing-gép lépésszámának nagyságrendjére!
8. Adjunk olyan determinisztikus Turing-gépet, ami a következő $\Sigma = \{a, b\}$ abc feletti nyelveket ismeri fel.
- (a) $\{a^n b^{2n} \mid n \geq 1\}$
 - (b) $\{a^i b^j c^k \mid i + j = k, i, j, k \geq 1\}$
 - (c) $\{a^i b^j c^k \mid i \cdot j = k, i, j, k \geq 1\}$
 - (d) $ab(a + b)^*$