



```

for i = n to 2:
  for j = 1 to i-1:
    if A[j] > A[j+1]:
      csere A[j] és A[j+1]

```

7. Jelölje egy algoritmus maximális lépésszámát az  $n$  méretű bemeneteken  $L(n)$ . Adjunk minél jobb felső becslést az  $L(n)$  függvényre, ha tudjuk, hogy  $L(1) = 2$  és tetszőleges  $n > 1$  esetén

(a)  $L(n) = L(n - 1) + 3$ ;

(c)  $L(n) = 3 \cdot L(n - 1) + 1$ ;

(b)  $L(n) = L(n - 1) + 3n$ ;

(d)  $L(n) = L(\lceil n/2 \rceil) + 3$ .

A (d) esetet elegendő 2-hatványokra meggondolni.

8. Bizonyítsuk be, hogy léteznek olyan  $c, n_0 \in \mathbb{Z}_+$  konstansok, hogy tetszőleges  $n \geq n_0$  esetén

(a)  $n^2 - 4n + 7 \leq c \cdot n^2$ ;

(d)  $1 + 2 + \dots + n \leq c \cdot n^2$ ;

(b)  $100(n - 1)! \leq c \cdot n!$ ;

(e)  $1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^n \leq c \cdot 2^n$ ;

(c)  $\log_{10} n \leq c \cdot \log_2 n$ ;

(f)  $\sqrt{2n^2 + 3n + 15} \leq c \cdot n$ .

9. Az  $A[1 : n]$  tömb piros és zöld elemeket tartalmaz, és ezt szeretnénk átrendezni úgy, hogy az egy színű elemek folytonosan helyezkedjenek el (elől az összes piros és utána a zöldek, vagy fordítva). Egy megengedett lépés két szomszédos tömbelemnek a cseréje. Javasoljunk konstans szorzó erejéig optimális lépésszámú algoritmust.

10. Tegyük fel, hogy  $n$  egy 2-hatvány. Bizonyítsuk be, hogy ahhoz, hogy  $n$  különböző számból a két legnagyobb elemet kiválasszuk,  $n + \log_2 n - 2$  összehasonlítás elegendő.

11. Adott  $n$  chip, melyek képesek egymás tesztelésére a következő módon: ha összekapcsolunk két chipet, mindkét chip nyilatkozik a másikról, hogy hibásnak találta-e. Egy hibátlan chip korrektül felismeri, hogy a másik hibás-e, míg egy hibás chip akármilyen választ adhat. Tegyük fel, hogy a chippek több, mint a fele hibátlan. Adjunk algoritmust, mely  $n$ -nél kevesebb fenti tesztet használva kikeres egy hibátlan chipet.

12. A Kőnig verseny előtt a jótündértől négy, látszatra egyforma tablettát kaptunk, amiről a következőt tudtuk meg. A négy tablettá közül kettő  $A$  típusú, kettő  $B$  típusú. Ha beveszünk két egyforma típusú tablettát, úgy bármi mást is csináltunk előzőleg, azonnal elalszunk, és fel sem ébredünk az elkövetkező hat órában. Ha csupán egy-egy  $A$  és  $B$  típusú tablettát veszünk be, akkor hirtelen szuperintelligenssé válunk, és bizonyosan megnyerjük a versenyt. Hogyan tudjuk azt garantálni, hogy az eredményhirdetésen a Kőnig verseny győzteseként majszolhassuk együtt a pogácsát a karvezetéssel?