

Keresés, rendezés

Algoritmuskészlet

5. gyakorlat

2013. március 22.

1. Pontosán hány összehasonlítás kell ahhoz, hogy egy n elemű tömbből egy olyan tagot keressünk, ami a tömb legkisebb 10 eleme közé tartozik? (A tömb egy rendezett univerzum n különböző eleméből áll, de maga nem feltétlenül rendezett. Az eredmény bármelyik lehet a legkisebb tíz közül: tehát pl. az első éppúgy megfelel, mint a tizedik.)
2. Egy rendező algoritmus elkezdte rendezni a 8, 1, 5, 2, 7, 4, 6, 3 tömb elemeit, de 13 összehasonlítás elvégzése után leállt. Ekkor a tömb így nézett ki: 1, 5, 2, 7, 4, 6, 3, 8. Melyik algoritmus lehetett a következők közül és melyik nem: buborék rendezés, beszúrásos rendezés, gyorsrendezés?
3. Adott egy egész számokat tartalmazó $A[1 : n]$ tömb, amelyben legfeljebb n elempár áll inverzióban egymással (két elem akkor áll inverzióban egymással, ha a nagyobb megelőzi a kisebbet). Igaz-e, hogy a buborékrendezés rendezi az A tömböt
 - (a) legfeljebb n összehasonlítással?
 - (b) legfeljebb n cserével?
4. Az $A[1 : n]$ tömbben egész számokat tárolunk, ugyanaz az elem többször is szerepelhet. Határozzuk meg $O(n \log n)$ lépésben az összes olyan számot, amelyik egynél többször fordul elő a tömbben.
5. Egy tömbben n elemet tárolunk. Adjunk olyan eljárást, ami $O(n \log_2 n)$ összehasonlítást használ annak eldöntésére, hogy az n elem között található-e kettő, amiknek az összege egy előre meghatározott b szám.
6. Egy csupa különböző egészekből álló sorozat bitonikus, ha először nő, utána pedig fogy, vagy fordítva: először fogy, utána nő. Adjunk $O(n)$ összehasonlítást használó rendező algoritmust n elemű bitonikus sorozatok rendezésére!
7. Adott egy dobozban n különböző méretű anyacsavar, valamint egy másik dobozban a hozzájuk illő apacsavarok. Kizárólag a következő összehasonlítási lehetőségünk van: egy apacsavarhoz hozzápróbálunk egy anyacsavart. A próbának háromféle kimenetele lehet: $\text{apa} < \text{anya}$, $\text{apa} = \text{anya}$, $\text{apa} > \text{anya}$; annak megfelelően, hogy az apacsavar külső átmérője hogyan viszonyul az anyacsavar belső átmérőjéhez. Szeretnénk az anyacsavarokhoz megtalálni a megfelelő apacsavarokat. Adjunk erre a feladatra átlagosan $O(n \log n)$ összehasonlítást felhasználó módszert.
8. Adott n szám, $s_1, s_2, \dots, s_n$, valamint egy T érték. Hogyan lehet $O(n \log n)$ összehasonlítással olyan $1 \leq i \neq j \leq n$ indexeket találni, hogy $s_i + s_j \geq T$ teljesüljön, és az $|s_j - s_i|$ érték minimális legyen?

9. Az $A[1 : n]$ tömbben levő elemekről tudjuk, hogy $A[1] \neq A[n]$. Adjon $O(\log n)$ összehasonlítást használó algoritmust, amely talál egy olyan i indexet, hogy $A[i] \neq A[i + 1]$.
10. Vázoljunk egy $O(n)$ időigényű algoritmust (az időkorlát bizonyításával együtt) n olyan egész számból álló sorozat rendezésére, melynek elemei az
 - (a) $\{1, \dots, 3n\}$ tartományba esnek!
 - (b) $\{1, \dots, n^7 - 1\}$ tartományba esnek!
11. Mely bejárásoknál lehetséges az, hogy a keresőfában tárolt elemek legnagyobbika megelőzi a legkisebbet?
12. Egy bináris fa inorder bejárása: $j, b, k, g, i, a, c, d, f, e, h$; preorder bejárása: $a, b, j, g, k, i, d, c, e, f, h$. Rekonstruáljuk a fát!
13. Egy bináris keresőfában csupa különböző egész számot tárolunk. Lehetséges-e, hogy egy KERES(x) hívás során a keresési út mentén a 20, 18, 3, 15, 5, 8, 9 kulcsokat látjuk ebben a sorrendben?
14. Egy bináris keresőfában tárolt y elemhez legyen x a tárolt elemek közül a rendezés szerint az y -t közvetlenül megelőző, z pedig a közvetlenül y után következő. Igazolja, hogy a bináris keresőfában az x , y és z elemeket tároló három csúcsnak összesen legfeljebb 4 fia van.
15. Határozza meg azokat a bináris fákat, amikben a preorder bejárás szerinti sorrend éppen a postorder bejárás által adott sorrend fordítottja!