Piros-fekete fa

Algoritmuselmélet
6. gyakorlat

2013. március 29.

1. Illesszük be egy piros-fekete fába sorban a $8, 2, 4, 7, 5, 3, 1, 6$ elemeket.
2. Milyen az a piros-fekete fa, aminek minden csúcsa fekete?
3. Mennyi a tárolható elemek számának minimuma, illetve maximuma egy olyan piros-fekete fában, aminek a fekete magassága 4?
4. Adott egy n csúcsú és egy k csúcsú piros-fekete fa. A két fában tárolt összes elemből $O(n+k)$ lépésben készítsen rendezett tömböt.
5. Egy piros-fekete fában lehetséges-e, hogy a piros-fekete tulajdonság megsértése nélkül
   (a) néhány fekete csúcsot átváltoztathatunk pirosra?
   (b) valamelyik (csak egy) fekete csúcsot átváltoztathatjuk pirosra?

   (Mást nem változtatunk a fán.)
6. Előfordulhat-e, hogy amikor egy piros-fekete fa csúcsait a preorder bejárás szerint soroljuk fel, akkor két piros csúcs egymás mellé kerül?
7. (a) Lehet-e tetszőleges (adott) kulcshalmaz esetén olyan piros-fekete fát építeni, hogy az azonos szinten lévő elemek azonos színűek legyenek?
   (b) Van-e biztosan olyan piros-fekete fa, ami nem így néz ki?
8. Mutassuk meg, hogy $O(n)$ forgatással bármely két n csúcsú bináris fa átalakítható azonos alakúra (a forgatásokat csak az egyik fán alkalmazva)!
9. Egy bináris keresőfa csúcsait egy, a gyökértől egy levélig menő út szerint három osztályba soroljuk: B az úttól balra levő, U az útra eső, J pedig az úttól jobbra levő csúcsok halmazát jelöli. Igaz-e mindig, hogy minden B-beli csúcs kulcsa kisebb tetszőleges U-beli csúcs kulcsánál, és minden U-beli csúcs kulcsa kisebb, mint tetszőleges J-beli csúcs kulcsa?
10. Adott egy $n = 2^k - 1$ pontú teljes bináris keresőfa. A fában tárolt elemek egészek az $I = [1, 2^k]$ intervallumból és egy szám legfeljebb egyszer fodul elő a fában. Utóbbi feltétel szerint pontosan egy olyan $i \in I$ egész van, amely nincs a fában. Adjunk egy hatékony módszert i meghatározására.