Szélességi és mélységi bejárás

Adatstruktúrák és algoritmusok
9. gyakorlat

2014. április 8.

1. Adott a G irányítatlan gráf a következő éllistával: **a**: b, c; **b**: a, d; **c**: a, d; **d**: b, c, e, f; **e**: d, f, g; **f**: d, e, g, h; **g**: e, f, h; **h**: f, g. Keressünk G-ben a-ból kiinduló szélességi feszítőfát! Mennyi lesz a csúcsok a-tól való távolsága?

2. Az éllistájával adott G irányított gráfot járjuk be mélységi bejárással, az a csúcsból indulva. Adjuk meg a mélységi és befejezési számokat és osztályozzuk a gráf éleit.
$G:$ $\mathbf{a} : b, c;$ $\mathbf{c} : d, e, f;$ $\mathbf{d} : f, g;$ $\mathbf{e} : b;$ $\mathbf{g} : h;$ $\mathbf{h} : d, b.$

3. A 6 pontú irányított G gráf csúcsait jelölje x, y, z, u, v, w. A gráf egy mélységi bejárásánál a mélységi, illetve a befejezési számok a következők. $x:$ $1, 6$; $y:$ $2, 4$; $z:$ $6, 5$; $u:$ $3, 3$; $v:$ $4, 1$; $w:$ $5, 2$. Adjuk meg a bejáráshoz tartozó mélységi feszítőfa éleit.

4. Éllistával adott egy n pontú, e élű irányított gráf. Azt szeretnénk tudni, hogy van-e benne olyan minden pontot tartalmazó részgráf, ami egy, a gyökerétől a levelek felé irányított fa. Adjunk $O(ne+n^2)$ lépésszámú algoritmust, ami ha van, talál egy ilyen részgráfot.

5. Egy kezdő autóvezető a városban való közlekedése során szeretne gyakorlatának megfelelő útvonalat választani. Az úthálózat egy irányítatlan gráfként van megadva, a csúcsok a kereszteződések, az élek az utak, a csúcsoknál adott, hogy nehéz-e számára az a kereszteződés. (Az hogy nehéz, a kereszteződés tulajdonsága, nem azon múlik, merről érkezik oda és merre akar rajta áthaladni.) Írjon le egy algoritmust, amivel meg lehet határozni, hogy az autós az egyik adott csúcsnál levő otthonából mely csúcsokba tud autóval úgy eljutni, hogy útja során két nehéz csúcs soha nem jön közvetlenül egymás után. Az algoritmus lépésszáma éllistás megadás esetén legyen $O(n+e)$, ahol n a csúcsok és e az élek száma.

6. Egy játékban egy $n{\times}m$-es rácson lépegetünk. Egy lépés során a rács mentén vízszintesen jobbra vagy függőlegesen lefelé tudunk a következő rácspontba lépni. Azonban adott néhány kereszteződés, ahova nem szabad lépnünk. Adjon $O(nm)$ futási idejű algoritmust annak meghatározására, hogy ha a bal felső rácspontból kezdünk, akkor el tudunk-e jutni a jobb alsó sarokba.

7. Egy $n \times n$-es sakktábla néhány mezőjén az ellenfél egy huszárja (lova) áll. Ha mi olyan mezőre lépünk, ahol az ellenfél le tud ütni, akkor le is üt, de egyébként az ellenfél nem lép. Valamelyik mezőn viszont a mi huszárunk áll. Adjunk $O(n^2)$ lépésszámú algoritmust, ami meghatározza, hogy mely másik mezőkre tudunk (lólépések sorozatával) eljutni anélkül, hogy az ellenfél leütne.