Gauss-elimináció

Bevezetés a számításelméletbe 1
4. gyakorlat

2015. szeptember 29.

1. Oldjuk meg az alábbi lineáris egyenletrendszereket!

   (a)
$$\begin{aligned} -x + 3y + 3z &= 2 \\ 3x + y + z &= 4 \\ 2x - 2y + 3z &= 10 \end{aligned}$$

   (b)
$$\begin{aligned} x + 3y + 2z &= 3 \\ 3x + 5y + 10z &= 5 \\ 3x + 2y + 13z &= 2 \\ 6x + 13y + 17z &= 13 \end{aligned}$$

   (c)
$$\begin{aligned} x + 3y + 2z &= 3 \\ 3x + 5y + 10z &= 5 \\ 3x + 2y + 13z &= 2 \\ 6x + 13y + 17z &= 11 \end{aligned}$$

2. Oldjuk meg az alábbi egyenletrendszert a c valós paraméter minden lehetséges értékére.
$$\begin{aligned} 2x + 4y + 6z &= 6 \\ 2x + 5y + cz &= 6 \\ 3x + 6y + 10z &= 7 \end{aligned}$$

3. Döntsük el, hogy a p valós paraméter milyen értékeire van megoldása az alábbi egyenletrendszernek. Ha van megoldás, adjuk is meg az összeset.
$$\begin{aligned} x_1 - x_2 + 4x_4 &= -2 \\ 2x_1 - 2x_2 + x_3 + 8x_4 &= -3 \\ x_1 + x_2 + 6x_3 + 8x_4 &= 2 \\ 3x_1 - 3x_2 + px_3 + (p^2 + p + 12)x_4 &= -6 \end{aligned}$$

4. A boltban árult háromféle müzli alkalmas összekeverésével 1 kg olyan müzlit szeretnénk készíteni, ami 10 dkg mazsolát, 50 dkg zabpelyhet, 10 dkg cerbonát és 30 dkg gyümölcsöt tartalmaz. A boltban árult egyik fajta müzli 20% mazsolát, 70% zabpelyhet, 0% cerbonát és 10% gyümölcsöt tartalmaz, míg a másik két fajtára ezek az arányok 20%, 40%, 20%, 20%, illetve 0%, 10%, 40%, 50%. Kikeverhető-e a kívánt müzli, és ha igen, akkor mennyit használjunk az egyes típusokból?

5. A p paraméter milyen értékére esnek egy síkba az $A(2;3;3)$, $B(3;4;1)$, $C(4;6;2)$ és $D(p;2;5)$ pontok?

6. Tekintsük az $x+2y+3z=14$, a $2x+6y+10z=24$ és a $4x+2y+tz=68$ egyenletekkel megadott síkokat a szokásos háromdimenziós térben, ahol t tetszőleges valós paraméter. Határozzuk meg (t minden lehetséges értékére) a tér összes olyan pontját, amely e három sík mindegyikén rajta van.

7. Oldjuk meg az alábbi n ismeretlenes és n egyenletből álló egyenletrendszereket.

   (a)

$$\begin{aligned}
x_1+x_2+x_3+\ldots+x_n &= n\\
x_1+2x_2+2x_3+\ldots+2x_n &= n-1\\
x_1+2x_2+3x_3+\ldots+3x_n &= n-2\\
&\vdots\\
x_1+2x_2+3x_3+\ldots+nx_n &= 1
\end{aligned}$$

   (b)

$$\begin{aligned}
x_1+x_2 &= 1\\
x_2+x_3 &= 1\\
&\vdots\\
x_{n-1}+x_n &= 1\\
x_n+x_1 &= 1
\end{aligned}$$