Térbeli koordinátageometria

Bevezetés a számításelméletbe 1
4. gyakorlat

Egyenes paraméteres egyenletrendszere

Adott $\underline{v} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$ és $P \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{pmatrix}$. A P ponton átmenő, $\underline{v}$ irányvektorú egyenes paraméteres egyenletrendszere:

$$\left.\begin{aligned} x &= x_0 + ta \\ y &= y_0 + tb \\ z &= z_0 + tc \end{aligned}\right\}.$$

Egyenes egyenletrendszere

Adott $\underline{v} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$ és $P \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{pmatrix}$. Ha $a, b, c \neq 0$, akkor a P ponton átmenő, $\underline{v}$ irányvektorú egyenes egyenletrendszere:

$$\frac{x - x_0}{a} = \frac{y - y_0}{b} = \frac{z - z_0}{c}.$$

Ha például $c = 0$, akkor az egyenes egyenletrendszere:

$$\left.\begin{aligned} \tfrac{x-x_0}{a} &= \tfrac{y-y_0}{b} \\ z &= z_0 \end{aligned}\right\}.$$

Sík egyenlete

Adott $\underline{n} = \begin{pmatrix} A \\ B \\ C \end{pmatrix}$ és $P \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{pmatrix}$. A P ponton átmenő, $\underline{n}$ normálvektorú sík egyenlete:

$$Ax + By + Cz = Ax_0 + By_0 + Cz_0.$$

1. Döntsük el, hogy rajta van-e a $P(-3, 2, 5)$ pont az

$$\frac{x - 6}{2} = \frac{y - 20}{4} = z - \frac{19}{2}$$

egyenesen.

2. Határozzuk meg az $S:\ 2x-3y+4z=3$ sík és a következő egyenesek metszetét.

   (a) $\left.\begin{array}{c} x=11+2t \\ y=-t \\ z=29+5t \end{array}\right\}$

   (b) $\dfrac{x-2}{6}=\dfrac{y+1}{8}=\dfrac{z+1}{3}$

3. Határozzuk meg az $x+y+z=5$ és a $2x-y-2z=3$ egyenletű síkok metszetét.

4. Párhuzamos-e az
$$\frac{5x+3}{10}=\frac{4-y}{5}=\frac{5-2z}{2}$$
egyenletrendszerű egyenes a $6x+y+7z=91$, illetve az $5x+2y=79$ egyenletű síkok metszésvonalával?

5. Határozzuk meg az
$$x-4=\frac{y+5}{4}=\frac{2-z}{3}$$
egyenletrendszerű e egyenes minden olyan P pontját, amelyre a P-t a $Q(7,12,4)$ ponttal összekötő f egyenes merőleges e-re.

6. Az e egyenesről tudjuk, hogy merőlegesen döfi az $x+2y+3z=6$ egyenletű síkot az $(1,1,1)$ pontban, az f egyenesről pedig, hogy átmegy az $(5,2,-1)$ ponton és a $(13,4,-5)$ ponton. Döntsük el, hogy e-nek és f-nek van-e közös pontja.

7. Döntsük el, hogy a p valós paraméter mely értékére lesz az $\frac{x-1}{2}=\frac{y+3}{4}=\frac{z}{3}$ és az $\frac{x-3}{2}=\frac{y-p}{3}=\frac{z}{4}$ egyenletrendszerű egyeneseknek közös pontja.

8. Tükrözzük a $P(8,-3,3)$ pontot a $7x-y+2z=11$ egyenletű síkra és határozzuk meg a tükörkép koordinátáit!

9. Legyen adott $A(1,0,0)$, $B(1,-2,4)$, és
$$e:\ \frac{x-1}{5}=\frac{y+2}{3}=z-3.$$
Keressük meg az e egyenesen azon C pontot, melyre $\left|\overline{AC}\right|=\left|\overline{BC}\right|$ teljesül.